Đề số 1

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = -x^3 + 3mx^2 + 3(1 - m^2)x + m^3 - m^2$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số trên khi m = 1.

2) Tìm k để phương trình: $-x^3 + 3x^2 + k^3 - 3k^2 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

3) Viết phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số trên.

Câu2: (*1,75 điểm*)

Cho phương trình: $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ (2)

1) Giải phương trình (2) khi m = 2.

2) Tìm m để phương trình (2) có ít nhất 1 nghiệm thuộc đoạn $\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]$.

Câu3: (*2 điểm*)

1) Tìm nghiệm $\in$ $(0; 2\pi)$ của pt : $5\left(\sin x + \dfrac{\cos 3x + \sin 3x}{1 + 2\sin 2x}\right) = \cos 2x + 3$

2) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = \left|x^2 - 4x + 3\right|$, $y = x + 3$

Câu4: (*2 điểm*)

1) Cho hình chóp tam giác đều S.ABC đỉnh S có độ dài cạnh đáy bằng a. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB và SC. Tính theo a diện tích ΔAMN biết rằng mặt phẳng (AMN) vuông góc mặt phẳng (SBC).

2) Trong không gian Oxyz cho 2 đường thẳng: Δ_1: $\begin{cases} x - 2y + z - 4 = 0 \\ x + 2y - 2z + 4 = 0 \end{cases}$

và Δ_2: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

a) Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ_1 và song song với đường thẳng Δ_2.

b) Cho điểm M(2; 1; 4). Tìm toạ độ điểm H thuộc đường thẳng Δ_2 sao cho đoạn thẳng MH có độ dài nhỏ nhất.

Câu5: (*1,75 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Đềcác vuông góc Oxy xét ΔABC vuông tại A, phương trình đường thẳng BC là: $\sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0$, các đỉnh A và B thuộc trục hoành và bán kính đường tròn nội tiếp bằng 2. Tìm toạ độ trọng tâm G của ΔABC

2 Khai triển nhị thức:

$$\left(2^{\frac{x-1}{2}}+2^{\frac{-x}{3}}\right)^n = C_n^0\left(2^{\frac{x-1}{2}}\right)^n + C_n^1\left(2^{\frac{x-1}{2}}\right)^{n-1}2^{-\frac{x}{3}} + \ldots + C_n^{n-1}2^{\frac{x-1}{2}}\left(2^{\frac{-x}{3}}\right)^{n-1} + C_n^n\left(2^{\frac{-x}{3}}\right)^n$$

Biết rằng trong khai triển đó $C_n^3 = 5C_n^1$ và số hạng thứ tư bằng 20n, tìm n và x

Đề số 2

Câu1: (*2 điểm*)

Câu Cho hàm số: $y = mx^4 + (m^2 - 9)x^2 + 10$ (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 1.

2) Tìm m để hàm số (1) có ba điểm cực trị.

Câu2: (*3 điểm*)

1) Giải phương trình: $\sin^2 3x - \cos^2 4x = \sin^2 5x - \cos^2 6x$

2) Giải bất phương trình: $\log_x(\log_3(9^x - 72)) \le 1$

3) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt[3]{x-y} = \sqrt{x-y} \\ x+y = \sqrt{x+y+2} \end{cases}$

Câu3: (*1,25 điểm*)

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}}$ và $y = \frac{x^2}{4\sqrt{2}}$

Câu4: (*2,5 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Đềcác vuông góc Oxy cho hình chữ nhật ABCD có tâm $I\left(\frac{1}{2};0\right)$, phương trình đường thẳng AB là x - 2y + 2 = 0 và AB = 2AD. Tìm toạ độ các đỉnh A, B, C, D biết rằng đỉnh A có hoành độ âm

2) Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng a

a) Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng A_1B và B_1D.

b) Gọi M, N, P lần lượt là các trung điểm của các cạnh BB_1, CD_1, A_1D_1. Tính góc giữa hai đường thẳng MP và C_1N.

Câu5: (*1,25 điểm*)

Cho đa giác đều $A_1A_2...A_{2n}$ ($n \ge 2$, $n \in Z$) nội tiếp đường tròn (O). Biết rằng số tam giác có các đỉnh là 3 điểm trong 2n điểm $A_1, A_2, \ldots, A_{2n}$ nhiều gấp 20 lần số hình chữ nhật có các đỉnh là 4 điểm trong 2n điểm $A_1, A_2, \ldots, A_{2n}$. Tìm n.

Đề số 3

Câu1: (*3 điểm*)

Cho hàm số: $y = \dfrac{(2m-1)x - m^2}{x-1}$ (1) (*m là tham số*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1) ứng với m = -1.

2) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C) và hai trục toạ độ.

3) Tìm m để đồ thị của hàm số (1) tiếp xúc với đường thẳng y = x.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải bất phương trình: $(x^2 - 3x)\sqrt{2x^2 - 3x - 2} \geq 0$.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2^{3x} = 5y^2 - 4y \\ \dfrac{4^x + 2^{x+1}}{2^x + 2} = y \end{cases}$

Câu3: (*1 điểm*)

Tìm $x \in [0;14]$ nghiệm đúng phương trình: $\cos 3x - 4\cos 2x + 3\cos x - 4 = 0$.

Câu4: (*2 điểm*)

1) Cho hình tứ diện ABCD có cạnh AD vuông góc với mặt phẳng (ABC); AC = AD = 4 cm ; AB = 3 cm; BC = 5 cm. Tính khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (BCD).

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác vuông góc Oxyz, cho mặt phẳng

(P): 2x - y + 2 = 0 và đường thẳng d_m: $\begin{cases} (2m+1)x + (1-m)y + m - 1 = 0 \\ mx + (2m+1)z + 4m + 2 = 0 \end{cases}$

Xác định m để đường thẳng d_m song song với mặt phẳng (P) .

Câu5: (*2 điểm*)

1) Tìm số nguyên dương n sao cho: $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + ... + 2^n C_n^n = 243$.

2) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ đề các vuông góc Oxy cho Elíp (E) có phương trình: $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. Xét điểm M chuyển động trên tia Ox và điểm N chuyển động trên tia Oy sao cho đường thẳng MN luôn tiếp xúc với (E). Xác định toạ độ của M, N để đoạn MN có độ dài nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó.

Đề số 4

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = \frac{x^2+3}{x-1}$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.

2) Tìm trên đường thẳng y = 4 các điểm mà từ đó kẻ được đúng 2 tiếp tuyến đến đồ thị hàm số.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{x+y}-\sqrt{3x+2y}=-1\\ \sqrt{x+y}+x-y=0\end{cases}$

2) Giải bất phương trình: $\ln\left|\frac{x+1}{2}\right|-\ln\left(x^2-x+1\right)>0$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: cosx+ cos2x + cos3x + cos4x + cos5x = $-\frac{1}{2}$

2) Chứng minh rằng ΔABC thoả mãn điều kiện

$\cos A+\cos B-\cos C=-\frac{7}{2}+2\sin\frac{C}{2}+4\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}$ thì ΔABC đều

Câu4: (*2 điểm*)

1) Trên mặt phẳng toạ độ cho A(1, 0); B(0, 2); O(0, 0) và đường tròn (C) có phương trình: $(x-1)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=1$. Viết phương trình đường thẳng đi qua các giao điểm của đường thẳng (C) và đường tròn ngoại tiếp ΔOAB.

2) Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân với AB = AC = a, SA = a, SA vuông góc với đáy. M là một điểm trên cạnh SB, N trên cạnh SC sao cho MN song song với BC và AN vuông góc với CM. Tìm tỷ số $\frac{MS}{MB}$.

Câu5: (*2 điểm*)

1) Tính diện tích phần mặt phẳng giới hạn bởi các đường cong: $y = x^3 - 2$ và $(y + 2)^2 = x$.

2) Với các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau, biết rằng các số này chia hết cho 3.

Đề số 5

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = x + 1 + \frac{1}{x-1}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) hàm số.

2) Từ một điểm trên đường thẳng x = 1 viết phương trình tiếp tuyến đến đồ thị (C).

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = 3x + 2\sqrt{2x^2 + 5x + 3} - 16$

2) Tìm các giá trị x, y nguyên thoả mãn: $\log_2\left(x^2 + 2x + 3\right)^{y^2+8} \le 7 - y^2 + 3y$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $(\cos 2x - 1)(\sin 2x + \cos x + \sin x) = \sin^2 2x$

2) ΔABC có AD là phân giác trong của góc A ($D \in BC$) và $\sin B \sin C \le \sin^2\frac{A}{2}$.

Hãy chứng minh $AD^2 \le BD.CD$.

Câu4: (*2 điểm*)

1) Trên mặt phẳng toạ độ với hệ toạ độ Đềcác vuông góc Oxy, cho elip có phương trình: $4x^2 + 3y^2 - 12 = 0$. Tìm điểm trên elip sao cho tiếp tuyến của elip tại điểm đó cùng với các trục toạ độ tạo thành tam giác có diện tích nhỏ nhất.

2) Trong không gian với hệ trục toạ độ Đềcác vuông góc Oxyz, cho hai mặt phẳng (P): $x - y + z + 5 = 0$ và (Q): $2x + y + 2z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng (P) và tiếp xúc với mặt phẳng (Q) tại M(1; - 1; -1).

Câu5: (*2 điểm*)

1) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = 2 - \frac{x^2}{4}$ và $x + 2y = 0$

2) Đa thức $P(x) = (1 + x + x^2)^{10}$ được viết lại dưới dạng: $P(x) = a_0 + a_1x + ... + a_{20}x^{20}$. Tìm hệ số a_4 của x^4.

Đề số 6

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = \frac{mx^2 + x + m}{x - 1}$ (1) (*m là tham số*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = -1.

2) Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt và hai điểm đó có hoành độ dương.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\cot gx - 1 = \frac{\cos 2x}{1 + tgx} + \sin^2 x - \frac{1}{2}\sin 2x$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x - \frac{1}{x} = y - \frac{1}{y} \\ 2y = x^3 + 1 \end{cases}$

Câu3: (*3 điểm*)

1) Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Tính số đo của góc phẳng nhị diện [B, A'C, D].

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có A trùng với gốc của hệ toạ độ, B(a; 0; 0), D(0; a; 0), A'(0; 0; b) (a > 0, b > 0). Gọi M là trung điểm cạnh CC'.

a) Tính thể tích khối tứ diện BDA'M theo a và b.

b) Xác định tỷ số $\frac{a}{b}$ để hai mặt phẳng (A'BD) và (MBD) vuông góc với nhau.

Câu4: (*2 điểm*)

1) Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niutơn của:

$\left(\frac{1}{x^3}+\sqrt{x^5}\right)^n$, biết rằng: $C_{n+4}^{n+1}-C_{n+3}^{n}=7(n+3)$ $(n\in N^*, x>0)$

2) Tính tích phân: $I=\int_{\sqrt{5}}^{2\sqrt{3}}\frac{dx}{x\sqrt{x^2+4}}$

<u>Câu5:</u> (*1 điểm*)

Cho x, y, z là ba số dương và $x + y + z \le 1$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{x^2+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{y^2+\frac{1}{y^2}}+\sqrt{z^2+\frac{1}{z^2}}\ge\sqrt{82}$$

<u>Đề số 7</u>

<u>Câu1:</u> (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = x^3 - 3x^2 + m$ (1)

1) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm phân biệt đối xứng với nhau qua gốc toạ độ.

2) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 2 .

<u>Câu2:</u> (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\cot gx - tgx + 4\sin 2x = \frac{2}{\sin 2x}$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}3y=\dfrac{y^2+2}{x^2}\\ 3x=\dfrac{x^2+2}{y^2}\end{cases}$

<u>Câu3:</u> (*3 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đêcác vuông góc Oxy cho ΔABC có: AB = AC, $\widehat{BAC}=90^0$. Biết M(1; -1) là trung điểm cạnh BC và $G\left(\frac{2}{3};0\right)$ là trọng tâm ΔABC. Tìm toạ độ các đỉnh A, B, C .

2) Cho hình lăng trụ đứng ABCD.A'B'C'D' có đáy ABCD là một hình thoi cạnh a, góc $\widehat{BAD}=60^0$. gọi M là trung điểm cạnh AA' và N là trung điểm cạnh CC'. Chứng minh rằng bốn điểm B', M, D, N cùng thuộc một mặt phẳng. Hãy tính độ dài cạnh AA' theo a để tứ giác B'MDN là hình vuông.

3) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho hai điểm A(2; 0; 0) B(0; 0; 8) và điểm C sao cho $\overrightarrow{AC} = (0;6;0)$. Tính khoảng cách từ trung điểm I của BC đến đường thẳng OA.

Câu4: (*2 điểm*)

1) Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số: $y = x + \sqrt{4 - x^2}$

2) Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - 2\sin^2 x}{1 + \sin 2x} dx$

Câu5: (*1 điểm*)

Cho n là số nguyên dương. Tính tổng:

$$C_n^0 + \frac{2^2 - 1}{2} C_n^1 + \frac{2^3 - 1}{3} C_n^2 + \ldots + \frac{2^{n+1} - 1}{n + 1} C_n^n$$

(C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử)

Đề số 8

Câu1: (*2 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$ (1)

2) Tìm m để đường thẳng d_m: y = mx + 2 - 2m cắt đồ thị của hàm số (1) tại hai điểm phân biệt.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)tg^2x - \cos^2\frac{x}{2} = 0$

2) Giải phương trình: $2^{x^2 - x} - 2^{2 + x - x^2} = 3$

Câu3: (*3 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ trực Đêcác vuông góc Oxy cho đường tròn: (C): $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ và đường thẳng d: x - y - 1 = 0

Viết phương trình đường tròn (C') đối xứng với đường tròn (C) qua đường thẳng d. Tìm tọa độ các giao điểm của (C) và (C').

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác vuông góc Oxyz cho đường thẳng:

$$d_k: \begin{cases} x + 3ky - z + 2 = 0 \\ kx - y + z + 1 = 0 \end{cases}$$

Tìm k để đường thẳng d_k vuông góc với mặt phẳng (P): x - y - 2z + 5 = 0.

3) Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau, có giao tuyến là đường thẳng Δ. Trên Δ lấy hai điểm A, B với AB = a. Trong mặt phẳng (P) lấy điểm C, trong mặt phẳng (Q) lấy điểm D sao cho AC, BD cùng vuông góc với Δ và AC = BD = AB. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD và tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) theo a.

Câu4: (*2 điểm*)

1) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$

trên đoạn [-1; 2]

2) Tính tích phân: $I = \int_0^2 |x^2 - x| dx$

Câu5: (*1 điểm*)

Với n là số nguyên dương, gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $(x^2+1)^n(x+2)^n$. Tìm n để $a_{3n-3} = 26n$.

Đề số 9

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = \dfrac{-x^2+3x-3}{2(x-1)}$ (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).

2) Tìm m để đường thẳng y = m cắt đồ thị hàm số (1) tại hai điểm A, B sao cho AB = 1.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải bất phương trình: $\dfrac{\sqrt{2(x^2-16)}}{\sqrt{x-3}} + \sqrt{x-3} > \dfrac{7-x}{\sqrt{x-3}}$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \log_{\frac{1}{4}}(y-x) - \log_4 \dfrac{1}{y} = 1 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$

Câu3: (*3 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcac Oxy cho điểm A(0; 2) và $B(-\sqrt{3};-1)$. Tìm toạ độ trực tâm và toạ độ tâm đường tròn ngoại tiếp ΔOAB.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi, AC cắt BD tại gốc toạ độ O. Biết A(2; 0; 0) B(0; 1; 0) S(0; 0; $2\sqrt{2}$). Gọi M là trung điểm của cạnh SC.

a) Tính góc và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BM.

b) Giả sử mặt phẳng (ABM) cắt SD tại N. Tính thể tích hình chóp S.ABMN.

<u>Câu4:</u> (*2 điểm*)

1) Tính tích phân: $I = \int_1^2 \frac{x}{1+\sqrt{x-1}}dx$

2) Tìm hệ số của x^8 trong khai triển thành đa thức của: $\left[1+x^2(1-x)\right]^8$

<u>Câu5:</u> (*1 điểm*)

Cho ΔABC không tù thoả mãn điều kiện: $\cos 2A + 2\sqrt{2}\cos B + 2\sqrt{2}\cos C = 3$

Tính các góc của ΔABC.

<u>Đề số 10</u>

<u>Câu1:</u> (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$ (1) có đồ thị (C)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).

2) Viết phương trình tiếp tuyến Δ của (C) tại điểm uốn và chứng minh rằng Δ là tiếp tuyến của (C) có hệ số góc nhỏ nhất.

<u>Câu2:</u> (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: 5sinx - 2 = 3(1 - sinx)tg^{2}x

2) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \frac{\ln^2 x}{x}$ trên đoạn $\left[1; e^3\right]$.

<u>Câu3:</u> (*3 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcác Oxy cho điểm A(1; 1), B(4; -3). Tìm điểm C thuộc đường thẳng y = x - 2y - 1 = 0 sao cho khoảng cách từ C đến đường thẳng AB bằng 6.

2) Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng φ ($0^0 < \varphi < 90^0$). Tính tang của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABCD) theo a và φ.

3) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho điểm A(-4; -2; 4) và đường thẳng d: $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ $(t \in R)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A, cắt và vuông góc với đường thẳng d.

Câu4: (*2 điểm*)

1) Tính tích phân I = $\int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x}\ln x dx$

2) Trong một môn học, thầy giáo có 30 Câu hỏi khác nhau gồm 5 Câu hỏi khó, 10 Câu hỏi trung bình, 15 Câu hỏi dễ. Từ 30 Câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 Câu hỏi khác nhau, sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ 3 loại Câu hỏi (khó, dễ, trung bình) và số Câu hỏi dễ không ít hơn 2?

Câu5: (*1 điểm*)

Xác định m để phương trình sau có nghiệm:

$$m\left(\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2} + 2\right) = 2\sqrt{1-x^4} + \sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}$$

Đề số 11

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số y = x^3 - $3mx^2$ + 9x + 1 (1) (*m là tham số*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 2.

2) Tìm m để điểm uốn của đồ thị hàm số (1) thuộc đường thẳng y = x + 1.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $(2\cos x - 1)(2\sin x + \cos x) = \sin 2x - \sin x$

2) Tìm m để hệ phương trình sau: $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 1 \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 1 - 3m \end{cases}$ có nghiệm.

Câu3: (*3 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcác Oxy cho ΔABC có các đỉnh A(-1; 0); B(4; 0); C(0; m) với m ≠ 0. Tìm toạ độ trọng tâm G của ΔABC theo m. Xác định m để ΔGAB vuông tại G.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$. Biết A(a; 0; 0); B(-a; 0; 0); C(0; 1; 0); B_1(-a; 0; b) a > 0, b > 0.

a) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng B_1C và AC_1 theo a, b.

b) Cho a, b thay đổi nhưng luôn thoả mãn a + b = 4. Tìm a, b để khoảng cách giữa 2 đường thẳng B_1C và AC_1 lớn nhất.

3) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho 3 điểm A(2; 0; 1) B(1; 0; 0) C(1; 1; 1) và mặt phẳng (P): x + y + x - 2 = 0. Viết phương trình mặt cầu đi qua 3 điểm A, B, C và có tâm thuộc mặt phẳng (P).

Câu4: (*2 điểm*)

1) Tính tích phân $I = \int_2^3 \ln\left(x^2 - x\right)dx$

2) Tìm các số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$ với x > 0

Câu5: (*1 điểm*)

Chứng minh rằng phương trình sau có đúng 1 nghiệm: $x^5 - x^2 - 2x - 1 = 0$

Đề số 12

Câu1: (*2 điểm*)

Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số: $y = mx + \frac{1}{x}$ (*) (m là tham số)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (*) khi $m = \frac{1}{4}$
2. Tìm m để hàm số (*) có cực trị và khoảng cách từ điểm cực tiểu của (C_m) đến tiệm cận xiên của (C_m) bằng $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Câu2: (*2 điểm*)

1. Giải bất phương trình: $\sqrt{5x-1} - \sqrt{x-1} > \sqrt{2x-4}$
2. Giải phương trình: $\cos^2 3x\cos 2x - \cos^2 x = 0$

Câu3: (*3 điểm*)

1. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho hai đường thẳng
   d_1: x - y = 0 và d_2: 2x + y - 1 = 0

Tìm toạ độ các đỉnh của hình vuông ABCD biết rằng đỉnh A thuộc d_1, đỉnh C thuộc d_2 và các đỉnh B, D thuộc trục hoành.

2. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho đường thẳng d: $\frac{x-1}{-1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng (P): 2x + y - 2z + 9 = 0.
   a. Tìm toạ độ điểm I thuộc d sao cho khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) bằng 2
   b. Tìm toạ độ giao điểm A của đường thẳng d và mặt phẳng (P). Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), biết Δ đi qua A và vuông góc với d.

Câu4: (*2 điểm*)

1. Tính tích phân I = $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x+\sin x}{\sqrt{1+3\cos x}}dx$
2. Tìm số nguyên dường n sao cho:
   $C_{2n+1}^1-2.2C_{2n+1}^2+3.2^2C_{2n+1}^3-4.2^3C_{2n+1}^4+...+\left(2n+1\right)2^{2n}C_{2n+1}^{2n+1}=2005$

Câu5: (*1 điểm*)

Cho x, y, z là các số dương thoả mãn: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=4$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\le 1$$

Đề số 13

Câu1: (*2 điểm*)

Gọi (C_m) là đồ thị hàm số y = $\frac{x^2+\left(m+1\right)x+m+1}{x+1}$ (*) m là tham số

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (*) khi m = 1.
2. Chứng minh rằng với m bất kỳ, đồ thị (C_m) luôn luôn có điểm cực đại, cực tiểu và khoảng cách giữa hai điểm đó bằng $\sqrt{20}$

Câu2: (*2 điểm*)

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{x-1}+\sqrt{2-y}=1\\ 3\log_9\left(9x^2\right)-\log_3 y^3=3\end{cases}$
2. Giải phương trình: 1 + sinx + cosx + sin2x + cos2x = 0

Câu3: (3 *điểm*)

1. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho A(2; 0) và B(6; 4). Viết phương trình đường tròn (C) tiếp xúc với trục hoành tại hai điểm và khoảng cách từ tâm của (C) đến điểm B bằng 5.
2. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ với A(0; -3; 0) B(4; 0; 0) C(0; 3; 0) B_1(4; 0; 4)
   a. Tìm toạ độ các đỉnh A_1, C_1. Viết phương trình mặt cầu có tâm là A và tiếp xúc với mặt phẳng (BCC_1B_1).
   b. Gọi M là trung điểm của A_1B_1. Viết phương trình mặt phẳng P) đi qua hai điểm A, M và song song với BC_1. mặt phẳng (P) cắt đường thẳng A_1C_1 tại điểm N. Tính độ dài đoạn MN

Câu4: (*2 điểm*)

1. Tính tích phân: I = $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cos x}{1+\cos x}dx$
2. Một đội thanh niên tính nguyện có 15 người, gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về giúp đỡ 3 tính miền núi, sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và 1 nữ?

Câu5: (*2 điểm*)

Chứng minh rằng với mọi x thuộc R ta có:

$$\left(\frac{12}{5}\right)^x + \left(\frac{15}{4}\right)^x + \left(\frac{20}{3}\right)^x \geq 3^x + 4^x + 5^x$$

Khi nào đẳng thức xảy ra?

Đề số 14

Câu1: (*2 điểm*)

Gọi (C_m) là đồ thị hàm số: y = $\frac{1}{3}x^3 - \frac{m}{2}x^2 + \frac{1}{3}$ (*)   (m là tham số)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (*) khi m = 2
2. Gọi M là điểm thuộc (C_m) có hoành độ bằng -1. Tìm m để tiếp tuyến của (C_m) tại điểm M song song với đường thẳng 5x - y = 0

Câu2: (*2 điểm*)

Giải các phương trình sau:

1. $2\sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}} - \sqrt{x+1} = 4$
2. $\cos^4 x + \sin^4 x + \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{3}{2} = 0$

Câu3: (*3 điểm*)

1. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho điểm C(2; 0) và Elip (E): $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$. Tìm toạ độ các điểm A, B thuộc (E), biết rằng A, B đối xứng với nhau qua trục hoành va ΔABC là tam giác đều.
2. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho hai đường thẳng:

   d_1: $\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+1}{2}$ và d_2: $\begin{cases} x+y-z-2=0 \\ x+3y-12=0 \end{cases}$

   a. Chứng minh rằng: d_1 và d_2 song song với nhau. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa cả hai đường thẳng d_1 và d_2
   b. mặt phẳng toạ độ Oxz cắt hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại các điểm A, B. Tính diện tích ΔOAB (O là gốc toạ độ)

Câu4: (*2 điểm*)

1. Tính tích phân: I = $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(e^{\sin x}+\cos x\right)\cos x dx$
2. Tính giá trị của biểu thức M = $\frac{A_{n+1}^4+3A_n^3}{(n+1)!}$ biết rằng

   $C_{n+1}^2+2C_{n+2}^2+2C_{n+3}^2+C_{n+4}^2=149$

Câu5: (*1 điểm*)

Cho các số nguyên dương x, y, z thoả mãn xyz = 1. Chứng minh rằng:

$$\frac{\sqrt{1+x^3+y^3}}{xy}+\frac{\sqrt{1+y^3+z^3}}{yz}+\frac{\sqrt{1+z^3+x^3}}{zx}\geq 3\sqrt{3}$$

Khi nào đẳng thức xảy ra?

Đề số 15

Phần chung có tất cả các thí sinh

Câu1: (*2 điểm*)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: y = $2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$
2. Tìm m để phương trình sau có 6 nghiệm phân biệt: $2|x|^3-9x^2+12|x|=m$

Câu2: (*2 điểm*)

1. Giải phương trình: $\frac{2\left(cos^6x+\sin^6x\right)-\sin x.\cos x}{\sqrt{2}-2\sin x}=0$
2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} xy-\sqrt{xy}=3 \\ \sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}=4 \end{cases}$

Câu3: (*2 điểm*) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' với A(0; 0; 0) B(1; 0; 0) D(0; 1; 0) A'(0; 0; 1). Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD.

1. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng A'C và MN.
2. Viết phương trình mặt phẳng chứa A'C và tạo với mặt phẳng Oxy một góc α biết cosα = $\frac{1}{\sqrt{6}}$

Câu4: (*2 điểm*)

1. Tính tích phân: I = $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2 x + 4\sin^2 x}} dx$
2. Cho hai số thực x ≠ 0, y ≠ 0 thay đổi và điều kiện: $(x + y)xy = x^2 + y^2 - xy$. Tìm GTLN của biểu thức A = $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3}$

Phần Tự chọn: Thí sinh chọn Câu 5.a hặc Câu 5.b

Câu5a: Theo chương trình không phân ban: (*2 điểm*)

1. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho các đường thẳng:

d_1: x + y + 3 = 0 d_2: x - y - 4 = 0 d_3: x - 2y = 0.

Tìm toạ độ điểm M nằm trên đường thẳng d_3 sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng d_1 bằng hai lần khoảng cách từ M đến đường thẳng d_2

2. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{26} trong khai triển nhị thức: $\left(\frac{1}{x^4} + x^7\right)^n$, biết rằng: $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + ... + C_{2n+1}^n = 2^{20} - 1$

Câu5b: Theo chương trình phân ban: (*2 điểm*)

1. Giải phương trình: $3.8^x + 4.12^x - 18^x - 2.27^x = 0$

2. Cho hình lăng trụ có các đáy là hai hình tròn tâm O và O', bán kính bằng chiều cao và bằng a. Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A, trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B sao cho AB = 2a. Tính thể tích của khối tứ diện OO'AB.

Đề số 16

Phần chung có tất cả các thí sinh

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: y = $\frac{x^2 + x - 1}{x + 2}$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến đó vuông góc với tiệm cận xiên của (C).

Câu2: (*2 điểm*)

1. Giải phương trình: cotx + sinx$\left(1 + \tan x.\tan\frac{x}{2}\right) = 4$

2. Tìm m để phương trình sau có hai nghiệm thực phân biệt:
$\sqrt{x^2+mx+2}=2x-1$

Câu3: (*2 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho điểm A(0; 1; 2) và hai đường thẳng :

d_1: $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{-1}$ $\quad$ d_2: $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-2t \\ z=2+t \end{cases}$

1. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A, đồng thời song song với d_1 và d_2.
2. Tìm toạ độ các điểm M ∈ d_1, N ∈ d_2 sao cho ba điểm A, M, N thẳng hàng

Câu4: (*2 điểm*)

1. Tính tích phân: I = $\int_{\ln 3}^{\ln 5}\frac{dx}{e^x+2e^{-x}-3}$
2. Cho x, y là các số thực thay đổi. Tìm GTNN của biểu thức:
$A=\sqrt{(x-1)^2+y^2}+\sqrt{(x+1)^2+y^2}+|y-2|$

Phần Tự chọn: Thí sinh chọn Câu 5.a hặc Câu 5.b

Câu5a: Theo chương trình không phân ban: (*2 điểm*)

1. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ và điểm M(-3; 1). Gọi T_1 và T_2 là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến (C). Viết phương trình đường thẳng T_1T_2

2. Cho tập hợp A gồm n phần tử (n ≥ 4). Biết rằng số tập con gồm 4 phần tử của A bằng 20 lần số tập con gồm 2 phần tử của A. Tìm k ∈ {1, 2,..., n} sao cho số tập con gồm k phần tử của A là lớn nhất.

Câu5b: Theo chương trình phân ban: (*2 điểm*)

1. Giải bất phương trình: $\log_5\left(4^x+144\right)-4\log_5 2<1+\log_5\left(2^{x-2}+1\right)$

2. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với AB = a, AD = $a\sqrt{2}$, SA = a và SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SC; I là giao điểm của BM và AC. Chứng minh rằng: mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SMB). Tính thể tích của khối tứ diện ANIB

Đề số 17

Phần chung có tất cả các thí sinh

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
2. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm A(3; 2) và có hệ số góc là m. Tìm m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt.

Câu2: (*2 điểm*)

1. Giải phương trình: cos3x + cos2x - cosx - 1 = 0

2. Giải phương trình: $\sqrt{2x-1}+x^2-3x+1=0$ (x ∈ R)

<u>Câu3:</u> (*2 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho điểm A(1; 2; 3) và hai đường thẳng

d_1: $\frac{x-2}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{1}$ d_2: $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{1}$

1. Tìm toạ độ điểm A' đối xứng với điểm A qua đường thẳng d_1
2. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A vuông góc với d_1 và cắt d_2

<u>Câu4:</u> (*2 điểm*)

1. Tính tích phân: I = $\int_0^1 (x-2)e^{2x}dx$
2. Chứng minh rằng: với mọi a > 0, hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất:

$$\begin{cases} e^x - e^y = \ln(1+x) - \ln(1+y) \\ y - x = a \end{cases}$$

Phần Tự chọn: Thí sinh chọn Câu 5.a hặc Câu 5.b

<u>Câu5a:</u> Theo chương trình không phân ban: (*2 điểm*)

1. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ và đường thẳng d: x - y + 3 = 0. Tìm toạ độ điểm M nằm trên d sao cho đường tròn tâm M, có bán kính gấp đôi bán kính đường tròn (C) tiếp xúc ngoại với đường tròn (C)

2. Đội thanh niên xung kích của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C. Cần chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ, sao cho 4 học sinh này thuộc không quá 2 trong 3 lớp trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy?

<u>Câu5b:</u> Theo chương trình phân ban: (*2 điểm*)

1. Giải phương trình: $2^{x^2+x}-4.2^{x^2-x}-2^{2x}+4=0$

2. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA = 2a và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi M và N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng SB và SC. Tính thể tích của khối chóp A.BCNM

<u>Đề số 18</u>

Phần chung có tất cả các thí sinh

<u>Câu1:</u> (*2 điểm*)

Cho hàm số: y = $\frac{x^2+2(m+1)x+m^2+4m}{x+2}$ (1) m là tham số

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = -1.
2. Tìm m để hàm số (1) có cực đại và cực tiểu, đồng thời các điểm cực trị của đồ thị cùng với gốc toạ độ tạo thành một tam giác vuông tại O

Câu2: (*2 điểm*)

1. Giải phương trình: $\left(1+\sin^2 x\right)\cos x+\left(1+\cos^2 x\right)\sin x=1+\sin 2x$
2. Tìm m để phương trình sau có nghiệm thực: $3\sqrt{x-1}+m\sqrt{x+1}=2\sqrt[4]{x^2-1}$

Câu3: (*2 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho hai đường thẳng

d_1: $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$ và d_2: $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+t \\ z=3 \end{cases}$

1. Chứng minh rằng: d_1 và d_2 chéo nhau.
2. Viết phương trình đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P): 7x + y - 4z = 0 và cắt hai đường thẳng d_1, d_2

Câu4: (*2 điểm*)

1. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: y = (e + 1)x, y = (1 + e^x)x
2. Cho x, y, z là các số thực dương thay đổi và thoả mãn điều kiện: xyz = 1. Tìm GTNN của biểu thức: P = $\dfrac{x^2\left(y+z\right)}{y\sqrt{y}+2z\sqrt{z}}+\dfrac{y^2\left(z+x\right)}{z\sqrt{z}+2x\sqrt{x}}+\dfrac{z^2\left(x+y\right)}{x\sqrt{x}+2y\sqrt{y}}$

Phần Tự chọn: Thí sinh chọn Câu 5.a hặc Câu 5.b

Câu5a: Theo chương trình không phân ban: (*2 điểm*)

1. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho ΔABC có A(0; 2) B(-2 -2) và C(4; -2). Gọi H là chân đường cao kẻ từ B; M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và BC. Viết phương trình đường tròn đi qua các điểm H, M, N

2. Chứng minh rằng: $\dfrac{1}{2}C_{2n}^{1}+\dfrac{1}{4}C_{2n}^{3}+\dfrac{1}{6}C_{2n}^{5}+...+\dfrac{1}{2n}C_{2n}^{2n-1}=\dfrac{2^{2n}-1}{2n+1}$

Câu5b: Theo chương trình phân ban: (*2 điểm*)

1. Giải bất phương trình: $2\log_3\left(4x-3\right)+\log_{\frac{1}{3}}\left(2x+3\right)\le 2$

2. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, BC, CD. Chứng minh AM vuông góc với BP và tính thể tích của khối tứ diện CMNP.

Đề số 19

Phần chung có tất cả các thí sinh

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: y = $-x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1$ (1) m là tham số

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 1
2. Tìm m để hàm số (1) có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số (1) cách đều gốc toạ đọ O.

Câu2: (*2 điểm*)

1. Giải phương trình: $2\sin^2 2x + \sin 7x - 1 = \sin x$
2. Chứng minh rằng với mọi giá trị dương của tham số m, phương trình sau có hai nghiệm thực phân biệt: $x^2 + 2x - 8 = \sqrt{m(x-2)}$

Câu3: (*2 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ và mặt phẳng (P): $2x - y + 2z - 14 = 0$

1. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo một đường tròn có bán kính bằng 3.
2. Tìm toạ độ điểm M thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) lớn nhất

Câu4: (*2 điểm*)

1. Cho hình phẳng H giới hạn bởi các đường: $y = x\ln x$, $y = 0$, $x = e$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình H quanh trục Ox.
2. Cho x, y, z là ba số thực dương thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = x\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{yz}\right)+y\left(\frac{y}{2}+\frac{1}{zx}\right)+z\left(\frac{z}{2}+\frac{1}{xy}\right)$$

Phần Tự chọn: Thí sinh chọn Câu 5.a hặc Câu 5.b

Câu5a: Theo chương trình không phân ban: (*2 điểm*)

1. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển nhị thức của $(2 + x)^n$ biết

$$3^n C_n^0 - 3^{n-1}C_n^1 + 3^{n-2}C_n^2 - 3^{n-3}C_n^3 + ... + (-1)^n C_n^n = 2048$$

2. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho điểm A(2; 2) và các đường thẳng: $d_1: x + y - 2 = 0$ $d_2: x + y - 8 = 0$

Tìm toạ độ các điểm B và C lần lượt thuộc d_1 và d_2 sao cho ΔABC vuông cân tại A.

Câu5b: Theo chương trình phân ban: (*2 điểm*)

1. Giải phương trình: $\left(\sqrt{2}-1\right)^x + \left(\sqrt{2}-1\right)^x - 2\sqrt{2} = 0$

2. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a. Gọi E là điểm đối xứng của D qua trung điểm của SA, M là trung điểm của AE, N là trung điểm của BC. Chứng minh MN vuông góc với BD và tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và AC.

Đề số 20

Phần chung có tất cả các thí sinh

Câu1: (*2 điểm*) Cho hàm số: $y = \dfrac{2x}{x+1}$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
2. Tìm toạ độ điểm M thuộc (C), biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai trục Ox, Oy tại A, B và tam giác OAB có diện tích bằng $\dfrac{1}{4}$

Câu2: (*2 điểm*)

1. Giải phương trình: $\left(\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right)^2+\sqrt{3}\cos x=2$
2. Tìm giá trị của tham số m để hệ phương trình sau có nghiệm thực:

$$\begin{cases} x+\frac{1}{x}+y+\frac{1}{y}=5 \\ x^3+\frac{1}{x^3}+y^3+\frac{1}{y^3}=15m-10 \end{cases}$$

Câu3: (*2 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho hai điểm A(1; 4; 2 B(-1 2; 4) và đường thẳng Δ: $\frac{x-1}{-1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{2}$

1. Viết phương trình đường thẳng d đi qua trọng tâm G của tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB).
2. Tìm toạ độ điểm M thuộc đường thẳng Δ sao cho $MA^2 + MB^2$- nhỏ nhất

Câu4: (*2 điểm*)

1. Tính tích phân: I = $\int_1^e x^3\ln^2 x dx$
2. Cho a ≥ b > 0. Chứng minh rằng: $\left(2^a+\frac{1}{2^a}\right)^b \le \left(2^b+\frac{1}{2^b}\right)^a$

Phần Tự chọn: Thí sinh chọn Câu 5.a hặc Câu 5.b

Câu5a: Theo chương trình không phân ban: (*2 điểm*)

1. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển thành đa thức của: $x(1 - 2x)^5 + x^2(1 + 3x)^{10}$

2. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho đường tròn (C): $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$ và đường thẳng d: 3x - 4y + m = 0.

Tìm m để trên d có duy nhất một điểm P mà từ đó có thể kẻ được hai tiếp tuyến PA, PB tới (C) (A, B là các tiếp điểm) sao cho ΔPAB đều

Câu5b: Theo chương trình phân ban: (*2 điểm*)

1. Giải phương trình: $\log_2\left(4^x+15.2^x+27\right)+2\log_2\frac{1}{4.2^x-3}=0$
2. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang, $A\hat{B}C$ = $B\hat{A}D$ = 90^0 , BA = BC = a, AD = 2a. cạnh bên SA vuông góc với đáy và SA = $a\sqrt{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB. Chứng minh tam giác SCD vuông và tình theo a khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD)

Đề số 21

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = x^4 - mx^2 + m - 1$ (1)   (m là tham số)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 8.

2) Xác định m sao cho đồ thị của hàm số (1) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải bất phương trình: $\log_{\frac{1}{2}}\left(4^x+4\right)\geq \log_{\frac{1}{2}}\left(2^{2x+1}-3.2^x\right)$

2) Xác định m để phương trình: $4\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)+\cos 4x+2\sin 2x-m=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC). Tính khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (SBC) theo a, biết rằng SA = $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

2) Tính tích phân: I = $\int_0^1 \frac{x^3dx}{x^2+1}$

Câu4: (2 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Đềcác vuông góc Oxy, cho hai đường tròn:

(C_1): $x^2 + y^2 - 10x = 0$, (C_2): $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0$

1) Viết phương trình đường tròn đi qua các giao điểm của (C_1), (C_2) và có tâm nằm trên đường thẳng x + 6y - 6 = 0.

2) Viết phương trình tiếp tuyến chung của các đường tròn (C_1) và (C_2).

Câu5: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\sqrt{x+4}+\sqrt{x-4}=2x-12+2\sqrt{x^2-16}$

2) Đội tuyển học sinh giỏi của một trường gồm 18 em, trong đó có 7 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách cử 8 học sinh trong đội đi dự trại hè sao cho mỗi khối có ít nhất một em được chọn.

Câu6: (*Tham khảo*)

Gọi x, y, z là khoảng cách từ điểm M thuộc miền trong của ΔABC có 3 góc nhọn đến các cạnh BC, CA, AB. Chứng minh rằng: $\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}\leq\sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{2R}}$; a, b, c là ba cạnh của Δ, R là bán kính đường tròn ngoại tiếp. Dấu "=" xảy ra khi nào?

Đề số 22

Câu1: (*2 điểm*)

1) Tìm số n nguyên dương thoả mãn bất phương trình: $A_n^3 + 2C_n^{n-2} \le 9n$, trong đó A_n^k và C_n^k lần lượt là số chỉnh hợp và số tổ hợp chập k của n phần tử.

2) Giải phương trình: $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+3) + \frac{1}{4}\log_4(x-1)^8 = \log_2(4x)$

Câu2: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: y = $\frac{x^2 - 2x + m}{x - 2}$ (1) (m là tham số)

1) Xác định m để hàm số (1) nghịch biến trên đoạn [-1; 0].

2) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 1.

3) Tìm a để phương trình sau có nghiệm:

$$9^{1+\sqrt{1-t^2}} - (a+2)3^{1+\sqrt{1-t^2}} + 2a + 1 = 0$$

Câu3: (*1,5 điểm*)

1) Giải phương trình: $\frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{5\sin 2x} = \frac{1}{2}\cot g2x - \frac{1}{8\sin 2x}$

2) Xét ΔABC có độ dài các cạnh AB = c; BC = a; CA = b. Tính diện tích ΔABC, biết rằng: bsinC(b.cosC + c.cosB) = 20

Câu4: (*3 điểm*)

1) Cho tứ diện OABC có ba cạnh OA; OB và OC đôi một vuông góc. Gọi α; β; γ lần lượt là các góc giữa mặt phẳng (ABC) với các mặt phẳng (OBC); (OCA) và (OAB). Chứng minh rằng: $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma \le \sqrt{3}$.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho mặt phẳng (P): x- y + z + 3 = 0 và hai điểm A(-1; -3; -2), B(-5; 7; 12).

a) Tìm toạ độ điểm A' là điểm đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (P).

b) Giả sử M là một điểm chạy trên mặt phẳng (P), tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: MA + MB.

Câu5: (*1,0 điểm*)

Tính tích phân: I = $\int_0^{\ln 3} \frac{e^x dx}{\sqrt{(e^x+1)^3}}$

Đề số 23

Câu1: (*3,0 điểm*)

Cho hàm số: y = $\frac{1}{3}x^3 + mx^2 - 2x - 2m - \frac{1}{3}$ (1) (m là tham số)

1) Cho m = $\frac{1}{2}$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1)

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết rằng tiếp tuyến đó song song với đường thẳng d: y = 4x + 2.

2) Tìm m thuộc khoảng $\left(0;\frac{5}{6}\right)$ sao cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số (1) và các đường x = 0, x = 2, y = 0 có diện tích bằng 4.

<u>Câu2:</u> (*2 điểm*)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x - 4|y| + 3 = 0 \\ \sqrt{\log_4 x} - \sqrt{\log_2 y} = 0 \end{cases}$

2) Giải phương trình: $tg^4 x + 1 = \frac{(2 - \sin^2 2x)\sin 3x}{\cos^4 x}$

<u>Câu3:</u> (*2 điểm*)

1) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và SA = a. Gọi E là trung điểm của cạnh CD. Tính theo a khoảng cách từ điểm S đến đường thẳng BE.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho đường thẳng

Δ: $\begin{cases} 2x + y + z + 1 = 0 \\ x + y + z + 2 = 0 \end{cases}$ và mặt phẳng (P): 4x - 2y + z - 1 = 0

Viết phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng Δ trên mặt phẳng (P).

<u>Câu4:</u> (*2 điểm*)

1) Tìm giới hạn: L = $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x-1}}{x}$

2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcac Oxy cho hai đường tròn:

(C_1): $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$ và (C_2): $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$

Viết phương trình các tiếp tuyến chung hai đường tròn (C_1) và (C_2)

<u>Câu5:</u> (*1 điểm*)

Giả sử x, y là hai số dương thay đổi thoả mãn điều kiện x + y = $\frac{5}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: S = $\frac{4}{x} + \frac{1}{4y}$

<u>Đề số 24</u>

Câu1: (2 điểm)

1) Giải bất phương trình: $\sqrt{x+12} \geq \sqrt{x-3} + \sqrt{2x+1}$

2) Giải phương trình: tgx + cosx - $\cos^2$x = sinx(1 + tgxtg$\frac{x}{2}$)

Câu2: (*2 điểm*)

Cho hàm số: y = $(x - m)^3$ - 3x (m là tham số)

1) Xác định m để hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm có hoành độ x = 0.

2) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho khi m = 1.

3) Tìm k để hệ bất phương trình sau có nghiệm: $\begin{cases} |x-1|^3 - 3x - k < 0 \\ \frac{1}{2}\log_2 x^2 + \frac{1}{3}\log_2 (x-1)^3 \leq 1 \end{cases}$

Câu3: (*3 điểm*)

1) Cho tam giác vuông cân ABC có cạnh huyền BC = a. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại điểm A lấy điểm S sao cho góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng 60^0. Tính độ dài đoạn thẳng SA theo a.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho hai đường thẳng:

d_1: $\begin{cases} x - az - a = 0 \\ y - z + 1 = 0 \end{cases}$ và d_2: $\begin{cases} ax + 3y - 3 = 0 \\ x + 3z - 6 = 0 \end{cases}$

a) Tìm a để hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau.

b) Với a = 2, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_2 và song song với đường thẳng d_1. Tính khoảng cách giữa d_1 và d_2 khi a = 2.

Câu4: (*2 điểm*)

1) Giả sử n là số nguyên dương và $(1 + x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_kx^k + ... + a_nx^n$

Biết rằng tồn tại số k nguyên ($1 \leq k \leq n - 1$) sao cho $\frac{a_{k-1}}{2} = \frac{a_k}{9} = \frac{a_{k+1}}{24}$, hãy tính n.

2) Tính tích phân: $I = \int_{-1}^{0} x\left(e^{2x} + \sqrt[3]{x+1}\right)dx$

Câu5: (*1 điểm*)

Gọi A, B, C là ba góc của ΔABC. Chứng minh rằng để ΔABC đều thì điều kiện cần và đủ là: $\cos^2\frac{A}{2} + \cos^2\frac{B}{2} + \cos^2\frac{C}{2} - 2 = \frac{1}{4}\cos\frac{A-B}{2}\cos\frac{B-C}{2}\cos\frac{C-A}{2}$

Đề số 25

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: y = $\dfrac{x^2 + mx}{1 - x}$ (1) (m là tham số)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 0.

2) Tìm m để hàm số (1) có cực đại và cực tiểu. Với giá trị nào của m thì khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số (1) bằng 10.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $16\log_{27x^3} x - 3\log_{3x} x^2 = 0$

2) Cho phương trình: $\dfrac{2\sin x + \cos x + 1}{\sin x - 2\cos x + 3} = a$ (2) (a là tham số)

a) Giải phương trình (2) khi a = $\dfrac{1}{3}$.

b) Tìm a để phương trình (2) có nghiệm.

Câu3: (*3 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcac Oxy cho đường thẳng d: x - y + 1 = 0 và đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$. Tìm toạ độ điểm M thuộc đường thẳng d mà qua đó ta kẻ được hai đường thẳng tiếp xúc với đường tròn (C) tại A và B sao cho góc AMB bằng 60^0.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho đường thẳng

d: $\begin{cases} 2x - 2y - z + 1 = 0 \\ x + 2y - 2z - 4 = 0 \end{cases}$ và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + m = 0$.

Tìm m để đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm M, N sao cho khoảng cách giữa hai điểm đó bằng 9.

3) Tính thể tích khối tứ diện ABCD, biết AB = a; AC = b; AD = c và các góc BAC; CAD; DAB đều bằng 60^0

Câu4: (*2 điểm*)

1) Tính tích phân: I = $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt[6]{1 - \cos^3 x}\,\sin x \cos^5 x dx$

2) Tìm giới hạn: $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt[3]{3x^2 - 1} + \sqrt{2x^2 + 1}}{1 - \cos x}$

Câu5: (*1 điểm*)

Giả sử a, b, c, d là bốn số nguyên thay đổi thoả mãn 1 ≤ a < b < c < d ≤ 50. Chứng minh bất đẳng thức: $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d} \ge \dfrac{b^2 + b + 50}{50b}$ và tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

S = $\dfrac{a}{d} + \dfrac{c}{d}$

Đề số 26

Câu1: (*2 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: y = $\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$

2) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số (1) và trục hoành.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\sqrt{\frac{1}{8\cos^2 x}} = \sin x$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \log_x\left(x^3 + 2x^2 - 3x - 5y\right) = 3 \\ \log_y\left(y^3 + 2y^2 - 3y - 5x\right) = 3 \end{cases}$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Cho hình tứ diện đều ABCD, cạnh a = $6\sqrt{2}$ cm. Hãy xác định và tính độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng AD và BC.

2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcac Oxy cho elip (E): $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ và đường thẳng d_m: mx - y - 1 = 0.

a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, đường thẳng d_m luôn cắt elíp (E) tại hai điểm phân biệt.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của (E), biết rằng tiếp tuyến đó đi qua điểm N(1; -3)

Câu4: (*1 điểm*)

Gọi a_1, a_2, ..., a_{11} là hệ số trong khai triển sau:

$(x+1)^{10}(x+2) = x^{11} + a_1x^{10} + a_2x^9 + ... + a_{11}$

Hãy tính hệ số a_5

Câu5: (*2 điểm*)

1) Tìm giới hạn: L = $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^6 - 6x + 5}{(x-1)^2}$

2) Cho ΔABC có diện tích bằng $\frac{3}{2}$. Gọi a, b, c lần lượt là độ dài của các cạnh BC, CA, AB và h_a, h_b, h_c tương ứng là độ dài các đường cao kẻ từ các đỉnh A, B, C của tam giác. Chứng minh rằng: $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)\left(\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}\right) \geq 3$

Đề số 27

Câu1: (*2 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số y = $\frac{2x^2-4x-3}{2(x-1)}$

2) Tìm m để phương trình: $2x^2 - 4x - 3 + 2m|x-1| = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $3 - \text{tgx}(\text{tgx} + 2\sin x) + 6\cos x = 0$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \log_y \sqrt{xy} = \log_x y \\ 2^x + 2^y = 3 \end{cases}$

Câu3: (*3 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcác Oxy cho parabol (P) có phương trình $y^2 = x$ và điểm I(0; 2). Tìm toạ độ hai điểm M, N thuộc (P) sao cho $\overrightarrow{IM} = 4\overrightarrow{IN}$.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho tứ diện ABCD với A(2; 3; 2), B(6; -1; -2), C(-1; -4; 3), D(1; 6; -5). Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD. Tìm toạ độ điểm M thuộc đường thẳng CD sao cho ΔABM có chu vi nhỏ nhất.

3) Cho lăng trụ đứng ABC. A'B'C' có đáy ABC là tam giác cân với AB = AC = a và góc BAC = 120^0, cạnh bên BB' = a. Gọi I là trung điểm CC'. Chứng minh rằng ΔAB'I vuông ở A. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AB'I).

Câu4: (*2 điểm*)

1) Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 5 mà mỗi số có 4 chữ số khác nhau?

2) Tính tích phân: I = $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{1+\cos 2x}dx$

Câu5: (*1 điểm*)

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số: y = $\sin^5 x + \sqrt{3}\cos x$

1

Đề số 28

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: y = $\dfrac{x^2+(2m+1)x+m^2+m+4}{2(x+m)}$ (1) (m là tham số)

1) Tìm m để hàm số (1) có cực trị và tính khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số (1).

2) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 0

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\cos 2x + \cos x(2tg^2x - 1) = 2$

2) Giải bất phương trình: $\sqrt{15.2^{x+1}+1} \ge \left|2^x - 1\right| + 2^{x+1}$

Câu3: (*3 điểm*)

1) Cho tứ diện ABCD với AB = AC = a, BC = b. Hai mặt phẳng (BCD) và (ABC) vuông góc với nhau và góc BDC = 90^0. Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD thao a và b.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho hai đường thẳng:

d_1: $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{1}$ và d_2: $\begin{cases} 3x - z + 1 = 0 \\ 2x + y - 1 = 0 \end{cases}$

a) Chứng minh rằng d_1, d_2 chéo nhau và vuông góc với nhau.

b) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 và song song với đường thẳng Δ: $\dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y-7}{4} = \dfrac{z-3}{-2}$

Câu4: (*2 điểm*)

1) Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên mà mỗi số có 6 chữ số khác nhau và chữ số 2 đứng cạnh chữ số 3?

2) Tính tích phân: I = $\int_0^1 x^3\sqrt{1-x^2}\,dx$

Câu5: (*1 điểm*)

Tính các góc của ΔABC biết rằng: $\begin{cases} 4p(p-a) \le bc \\ \sin\dfrac{A}{2}\sin\dfrac{B}{2}\sin\dfrac{C}{2} = \dfrac{2\sqrt{3}-3}{8} \end{cases}$

trong đó BC = a, CA = b, AB = c, p = $\dfrac{a+b+c}{2}$

Đề số 29

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = (x - 1)(x^2 + mx + m)$ (1) (*m là tham số*)

1) Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

2) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 4$.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $3\cos 4x - 9\cos^6 x + 2\cos^2 x + 3 = 0$

2) Tìm m để phương trình: $4\left(\log_2 \sqrt{x}\right)^2 - \log_{\frac{1}{2}} x + m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng (0; 1).

Câu3: (*3 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcác Oxy cho đường thẳng d: $x - 7y + 10 = 0$. Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc đường thẳng Δ: $2x + y = 0$ và tiếp xúc với đường thẳng d tại điểm A(4; 2).

2) Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Tìm điểm M thuộc cạnh AA' sao cho mặt phẳng (BD'M) cắt hình lập phương theo một thiết diện có diện tích nhỏ nhất.

3) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho tứ diện OABC với $A(0; 0; a\sqrt{3})$, $B(0; 0; 0)$, $C(0; a\sqrt{3}; 0)$ $(a > 0)$. Gọi M là trung điểm của BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OM.

Câu4: (*2 điểm*)

1) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = x^6 + 4\left(1 - x^2\right)^3$ trên đoạn [-1; 1].

2) Tính tích phân: $I = \int_{\ln 2}^{\ln 5} \frac{e^{2x}dx}{\sqrt{e^x - 1}}$

Câu5: (*1 điểm*)

Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên, mỗi số có 6 chữ số và thoả mãn điều kiện: Sáu chữ số của mỗi số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu nhỏ hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị?

Đề số 30

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$ (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (C) của hàm số (1).

2) Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của (C). Tìm điểm M thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M vuông góc với đường thẳng IM.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\dfrac{\left(2-\sqrt{3}\right)\cos x - 2\sin^2\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{4}\right)}{2\cos x - 1} = 1$

2) Giải bất phương trình: $\log_{\frac{1}{2}} x + 2\log_{\frac{1}{4}}(x-1) + \log_2 6 \le 0$

Câu3: (*3 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcác Oxy cho elip (E): $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{1} = 1$, M(-2; 3), N(5; n). Viết phương trình các đường thẳng d_1, d_2 qua M và tiếp xúc với (E). Tìm n để trong số các tiếp tuyến của (E) đi qua N và có một tiếp tuyến song song với d_1 hoặc d_2

2) Cho hình chóp đều S.ABC, đáy ABC có cạnh bằng a, mặt bên tạo với đáy một góc bằng φ ($0^0 < \varphi < 90^0$). Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (SBC).

3) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho hai điểm I(0; 0; 1), K(3; 0; 0). Viết phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm I, K và tạo với với mặt phẳng xOy một góc bằng 30^0

Câu4: (*2 điểm*)

1) Từ một tổ gồm 7 học sinh nữ và 5 học sinh nam cần chọn ra 6 em trong đó số học sinh nữ phải nhỏ hơn 4. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy?

2) Cho hàm số f(x) = $\dfrac{a}{(x+1)^3} + bxe^x$. Tìm a và b biết rằng

$f'(0) = -22$ và $\int_0^1 f(x)dx = 5$

Câu5: (*1 điểm*)

Chứng minh rằng: $e^x + \cos x \geq 2 + x - \frac{x^2}{2} \quad \forall x \in \mathbf{R}$

Đề số 31

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = \frac{x^2 + 5x + m^2 + 6}{x + 3}$ (1) (m là tham số)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 1.

2) Tìm m để hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\frac{\cos^2 x(\cos x - 1)}{\sin x + \cos x} = 2(1 + \sin x)$

2) Cho hàm số: f(x) = $x\log_x 2$ $(x > 0, x \neq 1)$

Tính f'(x) và giải bất phương trình $f'(x) \leq 0$

Câu3: (*3 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcác Oxy cho ΔABC có đỉnh A(1; 0) và hai đường thẳng lần lượt chứa các đường cao vẽ từ B và C có phương trình tương ứng là:

$x - 2y + 1 = 0$ và $3x + y - 1 = 0$ Tính diện tích ΔABC.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho mặt phẳng

(P): $2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$ (*m là tham số*)

và mặt cầu (S): $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$

Tìm m để mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S). Với m tìm được, hãy xác định toạ độ tiếp điểm của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S).

3) Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, AB = a, BC = 2a, cạnh SA vuông góc với đáy và SA = 2a. Gọi M là trung điểm của SC. Chứng minh rằng ΔAMB cân tại M và tính diện tích ΔAMB theo a.

Câu4: (*2 điểm*)

1) Từ 9 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn mà mỗi số gồm 7 chữ số khác nhau?

2) Tính tích phân: $I = \int_0^1 x^3 e^{x^2} dx$

Câu5: (*1 điểm*)

Tìm các góc A, B, C của ΔABC để biểu thức: $Q = \sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Đề số 32

Câu1: (*2 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (C) của hàm số: $y = 2x^3 - 3x^2 - 1$

2) Gọi d_k là đường thẳng đi qua điểm M(0 ; -1) và có hệ số góc bằng k. Tìm k để đường thẳng d_k cắt (C) tại ba điểm phân biệt.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\cot gx = tgx + \dfrac{2\cos 4x}{\sin 2x}$

2) Giải phương trình: $\log_5\left(5^x - 4\right) = 1 - x$

Câu3: (*3 điểm*)

1) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho hai điểm A(2; 1; 1), B(0; -1; 3) và đường thẳng d: $\begin{cases} 3x - 2y - 11 = 0 \\ y + 3z - 8 = 0 \end{cases}$

a) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua trung điểm I của AB và vuông góc với AB. Gọi K là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P), chứng minh rằng d vuông góc với IK.

b) Viết phương trình tổng quát của hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng có phương trình: x + y - z + 1 = 0.

2) Cho tứ diện ABCD có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) và ΔABC vuông tại A, AD = a, AC = b, AB = c. Tính diện tích của ΔBCD theo a, b, c và chứng minh rằng:

$$2S \geq \sqrt{abc(a + b + c)}$$

Câu4: (*2 điểm*)

1) Tìm số tự nhiên n thoả mãn: $C_n^2 C_n^{n-2} + 2C_n^2 C_n^3 + C_n^3 C_n^{n-3} = 100$

trong đó C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử.

2) Tính tích phân: $I = \int_1^e \frac{x^2+1}{x}\ln x dx$

Câu5: (*1 điểm*)

Xác định dạng của ΔABC, biết rằng: $(p-a)\sin^2 A + (p-b)\sin^2 B = c\sin A\sin B$

trong đó BC = a, CA = b, AB = c, $p = \frac{a+b+c}{2}$

Đề số 33

Câu1: (*2,5 điểm*)

1) Cho hàm số: $y = \frac{x^2+mx-1}{x-1}$ (*)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 1.

b) Tìm những điểm trên (C) có toạ độ là những số nguyên.

c) Xác định m để đường thẳng y = m cắt đồ thị của hàm số (*) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho OA vuông góc với OB.

Câu2: (*1 điểm*)

Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 9$ và điểm A(1; 2). Hãy lập phương trình của đường thẳng chứa dây cung của (C) đi qua A sao cho độ dài dây cung đó ngắn nhất.

Câu3: (*3,5 điểm*)

1) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x+my=3 \\ mx+y=2m+1 \end{cases}$

a) Giải và biện luận hệ phương trình đã cho.

b) Trong trường hợp hệ có nghiệm duy nhất, hãy tìm những giá trị của m sao cho nghiệm $(x_0; y_0)$ thoả mãn điều kiện $\begin{cases} x_0>0 \\ y_0>0 \end{cases}$

2) Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a) $\sin(\pi\cos x) = 1$

b) $2\log_5 x - \log_x 125 < 1$

c) $4^{x-\sqrt{x^2-5}} - 12.2^{x-1-\sqrt{x^2-5}} + 8 = 0$

Câu4: (*1 điểm*)

1) Tìm số giao điểm tối đa của

a) 10 đường thẳng phân biệt.

b) 6 đường tròn phân biệt.

2) Từ kết quả của 1) hãy suy ra số giao điểm tối đa của tập hợp các đường nói trên.

Câu5: (*2 điểm*)

Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có các cạnh bên bằng a và mặt chéo SAC là tam giác đều.

1) Tìm tâm và bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

2) Qua A dựng mặt phẳng (α) vuông góc với SC. Tính diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) và hình chóp.

Đề số 34

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = \dfrac{x-1}{2x-1}$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

2) Tìm các điểm trên đồ thị hàm số có toạ độ là các số nguyên.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $tg2x - tgx = \frac{1}{3}\cos x \sin 3x$

2) Giải bất phương trình: $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+2) + \log_{\sqrt{3}}(4-x) < 0$

Câu3: (*1 điểm*)

Cho phương trình: $\left(\sqrt{2}+1\right)^{x^2} + \left(\sqrt{2}-1\right)^{x^2-1} + m = 0$ (1) (*m là tham số*)

Tìm m để phương trình (1) có nghiệm.

Câu4: (*3 điểm*)

1) Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy AB = a, đường cao SH = $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. mặt phẳng (P) đi qua A vuông góc với SC cắt SB, SC, SD lần lượt tại B'C'D'. Tính diện tích tứ giác AB'C'D' theo a.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho A(1; 1; 2), B(-2; 1; -1) C(2;-2; 1)

a) Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

b) Xác định toạ độ hình chiếu vuông góc của điểm O trên mặt phẳng (ABC).

c) Tính thể tích tứ diện OABC.

Câu5: (*2 điểm*)

1) Cho đa giác lồi có n cạnh. Xác định n để đa giác có số đường chéo gấp đôi số cạnh.

2) Tính tích phân: $I = \int_0^1 \frac{x^2}{(x+1)\sqrt{x+1}}dx$

Đề số 35

Câu1: (*3,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = \frac{x^2 - x + 4}{x - 1}$ (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

2) Tìm m để đường thẳng (d) có phương trình y = mx cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

3) Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi (C); tiệm cận xiên và các đường thẳng x = 2; x = 4.

Câu2: (*1 điểm*)

Giải phương trình: $(\sin x + \cos x)^3 - \sqrt{2}(\sin 2x + 1) + \sin x + \cos x - \sqrt{2} = 0$

Câu3: (*2 điểm*)

Cho phương trình: $x^2 - \sqrt{4 - x^2} + m = 0$ (2)

1) Giải phương trình (2) khi m = 2.

2) Xác định m để phương trình (2) có nghiệm.

Câu4: (*1 điểm*)

Cho các chữ số: 0, 1, 2, 3, 4. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 5 chữ số khác nhau lập từ các chữ số trên?

Câu5: (*2,5 điểm*)

Cho elip (E) có hai tiêu điểm là $F_1(-\sqrt{3};0)$; $F_2(\sqrt{3};0)$ và một đường chuẩn có phương trình: $x = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

1) Viết phương trình chính tắc của (E).

2) M là điểm thuộc (E). Tính giá trị của biểu thức:

$$P = F_1M^2 + F_2M^2 - 3OM^2 - F_1M.F_2M$$

3) Viết phương trình đường thẳng (d) song song với trục hoành và cắt (E) tại hai điểm A, B sao cho $OA \perp OB$.

Đề số 36

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x}$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Tìm trên đường thẳng x = 1 những điểm M sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến tới (C) và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau.

Câu2: (*1,5 điểm*) Giải các phương trình:

1) $\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) = 2$

2) $\dfrac{\sin 3x}{3} = \dfrac{\sin 5x}{5}$

Câu3: (*2 điểm*)

Giải các bất phương trình:

1) $(2,5)^x - 2(0,4)^{x+1} + 1,6 < 0$

2) $\sqrt{x+6} > \sqrt{x+1} + \sqrt{2x-5}$

Câu4: (*2 điểm*) Cho $I_n = \int_0^1 x^2\left(1-x^2\right)^n dx$ và $J_n = \int_0^1 x\left(1-x^2\right)^n dx$

với n nguyên dương.

1) Tính J_n và chứng minh bất đẳng thức: $I_n \le \dfrac{1}{2(n+1)}$

2) Tính I_{n+1} theo I_n và tìm $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{I_{n+1}}{I_n}$

Câu5: (*2 điểm*)

1) Trong mặt phẳng (P) cho đường thẳng (D) cố định, A là một điểm cố định nằm trên (P) và không thuộc đường thẳng (D); một góc vuông xAy quay quanh A, hai tia Ax và Ay lần lượt cắt (D) tại B và C. Trên đường thẳng (L) qua A và vuông góc vơi (P) lấy điểm S cố định khác A. Đặt SA = h và d là khoảng cách từ điểm A đến (D). Tìm giá trị nhỏ nhất của thể tích tứ diện SABC khi xAy quay quanh A.

2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcác Oxy cho ΔABC. Điểm M(-1; 1) là trung điểm của cạnh BC; hai cạnh AB và AC theo thứ tự nằm trên hai đường thẳng có phương trình là: $x + y - 2 = 0$; $2x + 6y + 3 = 0$.

Xác định toạ độ ba đỉnh A, B, C.

Đề số 37

Câu1: (*3 điểm*)

Cho hàm số: $y = x^3 - 3mx + 2$ có đồ thị là (C_m) (*m là tham số*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C_1) của hàm số khi m = 1.

2) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C_1) và trục hoành.

3) Xác định m để (C_m) tương ứng chỉ có một điểm chung với trục hoành.

Câu2: (*1 điểm*)

1) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n ta đều có:

$$C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + C_{2n}^5 + ... + C_{2n}^{2n-1} = C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + ... + C_{2n}^{2n}$$

2) Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số gồm 3 chữ số khác nhau nhỏ hơn 245.

Câu3: (*1,5 điểm*)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (x-y)(x^2-y^2) = 3 \\ (x+y)(x^2+y^2) = 15 \end{cases}$

2) Giải phương trình: $\sqrt[3]{x+7} = 1 + \sqrt{x}$

Câu4: (*1,5 điểm*)

Cho phương trình: $\cos 2x + (2m-1)\cos x + 1 - m = 0$ (m là tham số)

1) Giải phương trình với m = 1.

2) Xác định m để phương trình có nghiệm trong khoảng $\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$.

Câu5: (*3 điểm*)

1) Cho khối chóp tứ giác đều S.ABCD có các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và SC. Mặt phẳng (MNP) cắt SD tại Q. Chứng minh rằng MNPQ là hình thang cân và tính diện tích của nó.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho hai đường thẳng:

$$(D_1): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = -t \end{cases} \quad \text{và } (D_2): \begin{cases} x = 2t' \\ y = 1 - t' \\ z = t' \end{cases} \quad (t, t' \in \mathbf{R})$$

a) Chứng minh (D_1), (D_2) chéo nhau và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng ấy.

b) Tìm hai điểm A, B lần lượt trên (D_1), (D_2) sao cho AB là đoạn vuông góc chung của (D_1) và (D_2).

Đề số 38

Câu1: (*3 điểm*)

Cho hàm số: $y = \dfrac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi m = 1.

2) Xác định m để hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$

3) Với giá trị nào của m thì tiệm cận xiên của đồ thị hàm số tạo với các trục toạ độ một tam giác có diện tích bằng 4 (đơn vị diện tích).

Câu2: (*2 điểm*)

Cho phương trình: $\left(3 + 2\sqrt{2}\right)^{tgx} + \left(3 - 2\sqrt{2}\right)^{tgx} = m$

1) Giải phương trình khi m = 6.

2) Xác định m để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt nằm trong khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right)$.

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải bất phương trình: $\log_4\left(3^x - 1\right)\log_{\frac{1}{4}}\dfrac{3^x - 1}{16} \le \dfrac{3}{4}$

2) Tính tích phân: $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sin 2x \sin 3x dx$

Câu4: (*2 điểm*)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcác Oxy cho ΔABC và điểm M(-1; 1) là trung điểm của AB. Hai cạnh AC và BC theo thứ tự nằm trên hai đường:

$2x + y - 2 = 0$ và $x + 3y - 3 = 0$

1) Xác định tọa độ ba đỉnh A, B, C của tam giác và viết phương trình đường cao CH.

2) Tính diện tích ΔABC.

Câu5: (*1 điểm*)

Giả sử x, y là các nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 2a - 1 \\ x^2 + y^2 = a^2 + 2a - 3 \end{cases}$

Xác định a để tích P = x.y đạt giá trị nhỏ nhất.

Đề số 39

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = \dfrac{x^2 + x - 5}{x - 2}$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho.

2) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $\dfrac{x^2 + |x| - 5}{|x| - 2} = m$

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\sqrt{1 + \sin x} + \cos x = 0$

2) Giải bất phương trình: $2^{(\log_2 x)^2} + x^{\log_2 x} \le 4$

Câu3: (*1 điểm*)

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 - y^3 = 7(x - y) \\ x^2 + y^2 = x + y + 2 \end{cases}$

Câu4: (*1,5 điểm*)

Tính các tích phân sau: $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x\left(\sin^4 x + \cos^4 x\right)dx$ $\quad I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x dx$

Câu5: (*3,5 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcác Oxy cho đường tròn (S) có phương trình: $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ và điểm M(2 ; 4)

a) Chứng minh rằng điểm M nằm trong đường tròn.

b) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm M, cắt đường tròn tại hai điểm A và B sao cho M là trung điểm của AB.

c) Viết phương trình đường tròn đối xứng với đường tròn đã cho qua đường thẳng AB.

2) Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có độ dài tất cả các cạnh đều bằng a. Chứng minh rằng:

a) Đáy ABCD là hình vuông.

b) Chứng minh rằng năm điểm S, A, B, C, D cùng nằm trên một mặt cầu. Tìm tâm và bán kính của mặt cầu đó.

Đề số 40

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = \dfrac{x^2 + (2m-3)x + m - 1}{x - (m-1)}$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi m = 2.

2) Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đã cho đồng biến trong khoảng $(0; +\infty)$.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\sqrt[3]{\cos x} - \sqrt[3]{\sin x}\right)dx$

2) Từ 5 chữ số 0, 1, 2, 5, 9 có thể lập được bao nhiêu số lẻ, mỗi số gồm 4 chữ số khác nhau.

Câu3: (*3 điểm*)

1) Giải phương trình: $\sin 2x + 4(\cos x - \sin x) = 4$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 3x + 4 \\ 2y^2 - x^2 = 3y + 4 \end{cases}$

3) Cho bất phương trình: $\log_5\left(x^2 + 4x + m\right) - \log_5\left(x^2 + 1\right) < 1$

Tìm m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi x thuộc khoảng (2 ; 3)

Câu4: (*3 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho hai đường thẳng (Δ_1) và (Δ_2) có phương trình: Δ_1: $\begin{cases} x - 8y + 23 = 0 \\ y - 4z + 10 = 0 \end{cases}$ Δ_2: $\begin{cases} x - 2z - 3 = 0 \\ y + 2z + 2 = 0 \end{cases}$

1) Chứng minh (Δ_1) và (Δ_2) chéo nhau.

2) Viết phương trình đường thẳng (Δ) song song với trục Oz và cắt các đường thẳng (Δ_1) và (Δ_2).

Đề số 41

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = x^3 - mx^2 + 1$ (C_m)

1) Khi m = 3

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

b) Tìm trên đồ thị hàm số tất cả các cặp điểm đối xứng nhau qua gốc toạ độ.

2) Xác định m để đường cong (C_m) tiếp xúc với đường thẳng (D) có phương trình y = 5. Khi đó tìm giao điểm còn lại của đường thẳng (D) với đường cong (C_m).

Câu2: (*1,5 điểm*)

1) Giải bất phương trình: $\left(\sqrt{10} - 3\right)^{\frac{x+1}{x+3}} - \left(\sqrt{10} + 3\right)^{\frac{x-3}{x-1}} \geq 0$

2) Giải phương trình: $(x+1)\log_3^2 x + 4x\log_3 x - 16 = 0$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\sqrt{x+2} + \sqrt{5-x} + \sqrt{(x+2)(5-x)} = 4$

2) Giải phương trình: $2\cos 2x - 8\cos x + 7 = \frac{1}{\cos x}$

Câu4: (*2 điểm*)

1) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho điểm A(-1; 2; 5), B(11; -16; 10). Tìm trên mặt phẳng Oxy điểm M sao cho tổng các khoảng cách từ M đến A và B là bé nhất.

2) Tính tích phân: $I = \int_2^3 \frac{x^7}{1 + x^8 - 2x^4} dx$

<u>Câu5:</u> (*2 điểm*)

Trên tia Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc lần lượt lấy các điểm khác O là M, N và S với OM = m, ON = n và OS = a.

Cho a không đổi, m và n thay đổi sao cho m + n = a.

1) a) Tính thể tích hình chóp S.OMN

b) Xác định vị trí của các điểm M và N sao cho thể tích trên đạt giá trị lớn nhất.

2) Chứng minh: $\widehat{OSM} + \widehat{MSN} + \widehat{NSO} = 90^0$

<u>Đề số 42</u>

<u>Câu1:</u> (*2 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số: $y = \frac{x+1}{x-2}$

2) Tìm các điểm trên đồ thị (C) của hàm số có toạ độ là những số nguyên.

3) Tìm các điểm trên đồ thị (C) sao cho tổng khoảng cách từ điểm đó đến hai tiệm cận là nhỏ nhất.

<u>Câu2:</u> (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\sqrt{5x-1} - \sqrt{3x-2} - \sqrt{x-1} = 0$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \log_x(3x + 2y) = 2 \\ \log_y(3y + 2x) = 2 \end{cases}$

<u>Câu3:</u> (*1 điểm*)

Giải phương trình lượng giác: $2\sin^3 x + \cos 2x - \cos x = 0$

<u>Câu4:</u> (*2 điểm*)

Cho D là miền giới hạn bởi các đường $y = tg^2x$; $y = 0$; $x = 0$ và $x = \frac{\pi}{4}$.

1) Tính diện tích miền D.

2) Cho D quay quanh Ox, tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành.

Câu5: (*1,5 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho ba điểm A(1; 4; 0), B(0; 2; 1), C(1; 0; -4).

1) Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) đi qua điểm C và vuông góc với đường thẳng AB.

2) Tìm toạ độ điểm C' đối xứng với điểm C qua đường thẳng AB.

Câu6: (*1,5 điểm*)

1) Giải phương trình: $C_x^1 + 6C_x^2 + 6C_x^3 = 9x^2 - 14x$ $(x \geq 3, x \in \mathbf{N})$

2) Chứng minh rằng: $C_{20}^1 + C_{20}^3 + C_{20}^5 + ... + C_{20}^{17} + C_{20}^{19} = 2^{19}$

Đề số 43

Câu1: (*2,5 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2}{x-1}$.

2) Biện luận theo tham số m số nghiệm của phương trình: $\frac{x^2}{|x|-1} = m$

Câu2: (*2,5 điểm*)

1) Chứng minh rằng nếu x, y là hai số thực thoả mãn hệ thức:

$x + y = 1$ thì $x^4 + y^4 \geq \frac{1}{8}$

2) Giải phương trình: $4x^2 + x.2^{x^2+1} + 3.2^{x^2} > x^2.2^{x^2} + 8x + 12$

Câu3: (*2,5 điểm*)

1) Giải phương trình: $\frac{4\sin^2 2x + 6\sin^2 x - 9 - 3\cos 2x}{\cos x} = 0$

2) Các góc của ΔABC thoả mãn điều kiện:

$$\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 3\left(\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C\right)$$

Chứng minh rằng ΔABC là tam giác đều.

Câu4: (*2,5 điểm*)

1) Tính tích phân: $\int_1^e x^2 \ln^2 x dx$

2) Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' với các cạnh bằng a. Giả sử M, N lần lượt là trung điểm của BC, DD'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và MN theo a.

Đề số 44

Câu1: (*3 điểm*)

Cho hàm số: $y = x^3 - 3mx^2 + 3(2m - 1)x + 1$ (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 2.

2) Xác định m sao cho hàm số (1) đồng biến trên tập xác định.

3) Xác định m sao cho hàm số (1) có một cực đại và một cực tiểu. Tính toạ độ của điểm cực tiểu.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x = 2$

2) Tìm m để phương trình: $\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} = m\left(\log_4 x^2 - 3\right)$

có nghiệm thuộc khoảng [32; $+\infty$).

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 - 2xy + 3y^2 = 9 \\ 2x^2 - 13xy + 15y^2 = 0 \end{cases}$

2) Tính tích phân: $\int_1^e \frac{\ln x}{x^3} dx$

Câu4: (*1,5 điểm*)

Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Đạt SA = h.

1) Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) theo a và h.

2) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và H là trực tâm tam giác SBC. Chứng minh: $OH \perp (SBC)$.

Câu5: (*1,5 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho đường thẳng d và mặt phẳng (P):

d: $\begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 2y - 3z = 0 \end{cases}$ (P): $x + y + z - 3 = 0$

1) Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng d và qua điểm M(1; 0; -2).

2) Viết phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng (P).

Đề số 45

Câu1: (*3 điểm*)

Cho hàm số: $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 1}$ (C)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (C).

2) Lập phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ x = 0.

3) Tìm hệ số góc của đường thẳng nối điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị (C).

Câu2: (*2,5 điểm*)

1) Giải phương trình: $9^x + 6^x = 2.4^x$.

2) Tính: $\int_0^2 \frac{3x^3 dx}{x^2 + 2x + 1}$

Câu3: (*2,5 điểm*)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 2 \\ x^3 + y^3 = 26 \end{cases}$

2) Tính góc C của ΔABC nếu: $(1 + \cot gA)(1 + \cot gB) = 2$

Câu4: (*2 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz :

1) Cho 2 đường thẳng:

(Δ_1): $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ (Δ_2): $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

Chứng minh (Δ_1) và (Δ_2) chéo nhau.

2) Cho 2 điểm A(1 ; 1 ; -1), B(3 ; 1 ; 1) và mặt phẳng (P) có phương trình:

$x + y + z - 2 = 0$

Tìm trên mặt phẳng (P) các điểm M sao cho ΔMAB là tam giác đều.

Đề số 46

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = x^3 - (2m + 1)x^2 - 9x$ (1)

1) Với m = 1;

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

b) Cho điểm A(-2; -2), tìm toạ độ điểm B đối xứng với điểm A qua tâm đối xứng của đồ thị (C).

2) Tìm m để đồ thị của hàm số (1) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có các hoành độ lập thành một cấp số cộng.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\sin x\cos 4x + \cos 2x\sin 3x = 0$

2) Cho ΔABC cạnh a, b, c thoả mãn hệ thức: 2b = a + c.

Chứng minh rằng: $\cot g\dfrac{A}{2}\cot g\dfrac{C}{2} = 3$.

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải bất phương trình: $\lg\left(x^2-3\right)>\frac{1}{2}\lg\left(x^2-2x+1\right)$

2) Tìm a để hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất: $\begin{cases} xy+x^2=a(y-1) \\ xy+y^2=a(x-1) \end{cases}$

Câu4: (*1,5 điểm*)

1) Tính tích phân: I = $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{4\cos x-3\sin x+1}{4\sin x+3\cos x+5}dx$

2) Tính tổng: P = $C_{10}^1-3C_{10}^1+3^2C_{10}^2-3^3C_{10}^3+3^4C_{10}^4-3^5C_{10}^5$

$+3^6C_{10}^6-3^7C_{10}^7+3^8C_{10}^8-3^9C_{10}^9+3^{10}C_{10}^{10}$

Câu5: (*2 điểm*)

1) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) lần lượt có phương trình: (P): y - 2z + 1 = 0 (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2z = 0$.

Chứng minh rằng mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) cắt nhau. Xác định tâm và bán kính của đường tròn giao tuyến.

2) Cho hình chóp đều S.ABC đỉnh S, chiều cao là h, đáy là tam giác đều cạnh a. Qua cạnh AB dựng mặt phẳng vuông góc với SC. Tính diện tích thiết diện tạo thành theo a và h.

Đề số 47

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y=\frac{x^2+2m^2x+m^2}{x+1}$ (*m là tham số*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi m = 0.

2) Tìm m để trên đồ thị có hai điểm đối xứng nhau qua gốc toạ độ.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $3^{2x^2+2x+1}-28.3^{x^2+x}+9=0$

2) Cho ΔABC. Chứng minh rằng nếu $\frac{\text{tg}B}{\text{tg}C}=\frac{\sin^2 B}{\sin^2 C}$ thì tam giác đó là tam giác vuông hoặc cân.

Câu3: (*2 điểm*)

1) Tính tích phân: $\int_1^9 x\sqrt[3]{1-x}dx$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+x=y^2+y \\ x^2+y^2=3(x+y) \end{cases}$

Câu4: (*2,5 điểm*)

1) Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có góc giữa mặt bên và mặt đáy là α và SA = a. Tính thể tích hình chóp đã cho.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz với hệ toạ độ vuông góc Oxyz, cho hai đường thẳng: Δ_1: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{3}$ Δ_2: $\begin{cases} x+2y-z=0 \\ 2x-y+3z-5=0 \end{cases}$

Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho.

Câu5: (*1 điểm*)

Chứng minh rằng: $P_1 + 2P_2 + 3P_3 + ... + nP_n = P_{n+1} - 1$

Trong đó n là số tự nhiên nguyên dương và P_n là số hoán vị của n phần tử.

Đề số 48

Câu1: (*3 điểm*)

Cho hàm số: $y = x^3 + 3x^2 + 1$ (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).

2) Đường thẳng (d) đi qua điểm A(-3 ; 1) có hệ góc là k. Xác định k để (d) cắt đồ thị hàm số (1) tại ba điểm phân biệt.

Câu2: (*2,5 điểm*)

1) Giải phương trình: $1+\sin x+\cos x+\sin 2x+\cos 2x=0$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (x^2+2x)(3x+y)=18 \\ x^2+5x+y-9=0 \end{cases}$

<u>Câu3:</u> (*2 điểm*)

1) Giải bất phương trình: $\log_4 x^2 + \log_8 (x-1)^3 \le 1$

2) Tìm giới hạn: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{3x^2-1}+\sqrt{2x^2+1}}{1-\cos x}$

<u>Câu4:</u> (*1,5 điểm*)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcác Oxy cho hai điểm A(1; 2), B(3; 4). Tìm trên tia Ox một điểm P sao cho AP + PB là nhỏ nhất.

<u>Câu5:</u> (*1 điểm*)

Tính tích phân: $I = \int_0^2 \dfrac{x+1}{\sqrt[3]{3x+2}}dx$

<u>Đề số 49</u>

<u>Câu1:</u> (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = -\dfrac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (m+3)x - 4$ (1) (m là tham số)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi m = 0.

2) Xác định m để hàm số (1) đồng biến trong khoảng: $0 < x < 3$

<u>Câu2:</u> (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\sqrt[3]{2x+1}+\sqrt[3]{2x+2}+\sqrt[3]{2x+3}=0$ (1)

2) Cho phương trình: $\sin 2x - 3m\sqrt{2}(\sin x+\cos x)+1-6m^2=0$

a) Giải phương trình với m = 1.

b) Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có nghiệm.

Câu3: (*1 điểm*)

Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases} 3x^2 + 2x - 1 < 0 \\ x^3 - 3x + 1 > 0 \end{cases}$

Câu4: (*3 điểm*)

1) Cho mặt phẳng (P): $2x + y + z - 1 = 0$ và đường thẳng (d): $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$

Viết phương trình đường thẳng đi qua giao điểm của (P) và (d), vuông góc với (d) và nằm trong (P).

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho 4 điểm: A(1; -1; 1), B(1; 3; 1), C(4; 3; 1), D(4; -1; 1)

a) Chứng minh rằng A, B, C và D là bốn đỉnh của hình chữ nhật.

b) Tính độ dài đường chéo AC và toạ độ giao điểm của AC và BD.

Câu5: (*1,5 điểm*) Tính:

1) $I = \int_0^1 (x^2 + 2x)e^{-x}dx$ 2) $J = \int_0^{\pi} \sin^6 \frac{x}{2} dx$

Đề số 50

Câu1: (*2 điểm*)

Cho đường cong (C_m): $y = x^3 + mx^2 - 2(m + 1)x + m + 3$

và đường thẳng (D_m): $y = mx - m + 2$ *m là tham số.*

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C_{-1}) của hàm số với m = -1.

2) Với giá trị nào của m, đường thẳng (D_m) cắt (C_m) tại ba điểm phân biệt?

Câu2: (*2 điểm*)

1) Tính tích phân: $I = \int_0^2 \frac{xdx}{\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}}$

2) Chứng minh rằng: $C_n^0 C_n^1 ... C_n^n \le \left(\frac{2^n - 2}{n-1}\right)^{n-1}$ $n \in \mathbf{N}, n \ge 2$

Xác định n để dấu "=" xảy ra?

Câu3: (*2 điểm*)

1) Cho phương trình: $\sin^6 x + \cos^6 x = m\sin 2x$

a) Giải phương trình khi m = 1.

b) Tìm m để phương trình có nghiệm.

2) Chứng minh rằng ΔABC đều khi và chỉ khi $\begin{cases} a = 2b\cos C \\ a^2 = \dfrac{b^3 + c^3 - a^3}{b + c - a} \end{cases}$

Câu4: (*2,5 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcac Oxy cho điểm A(8; 6). Lập phương trình đường thẳng qua A và tạo với hai trục toạ độ một tam giác có diện tích bằng 12.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz Cho A(1; 2; 2), B(-1; 2; -1), C(1; 6; -1), D(-1; 6; 2)

a) Chứng minh rằng ABCD là hình tứ diện và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD.

b) Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD.

Câu5: (*1,5 điểm*)

Cho hai hàm số f(x), g(x) xác định, liên tục và cùng nhận giá trị trên đoạn [0; 1].

Chứng minh rằng: $\left(\int_0^1 f(x)g(x)dx\right)^2 \le \int_0^1 f(x)dx \int_0^1 g(x)dx$

Đề số 51

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = \dfrac{(m-1)(x^2 - 2x) + m + 4}{mx + m}$ (C_m) (*m là tham số, $m \ne 0, -\frac{1}{4}$*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (C_2) với m = 2.

2) Tìm m để hàm số (C_m) có cực đại, cực tiểu và giá trị cực đại, cực tiểu cùng dấu.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 = 2y + x + 2 \\ y^3 = 2x + y + 2 \end{cases}$

2) Giải phương trình: $tg2x + cotgx = 8\cos^2x$

Câu3: (*2,5 điểm*)

1) Tính thể tích của hình chóp S.ABC biết đáy ABC là một tam giác đều cạnh a, mặt bên (SAB) vuông góc với đáy, hai mặt bên còn lại cùng tạo với đáy góc α.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho hai đường thẳng:

(D_1): $\begin{cases} x-8z+23=0 \\ y-4z+10=0 \end{cases}$ (D_2): $\begin{cases} x-2z-3=0 \\ y+2z+2=0 \end{cases}$

a) Viết phương trình các mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau và lần lượt đi qua (D_1) và (D_2).

b) Viết phương trình đường thẳng (D) song song với trục Oz và cắt cả hai đường thẳng (D_1), (D_2)

Câu4: (*2 điểm*)

1) Tính tổng: $S = C_n^1 - 2C_n^2 + 3C_n^3 - 4C_n^4 + ... + (-1)^n.nC_n^n$

Với n là số tự nhiên bất kỳ lớn hơn 2, C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử.

2) Tính tích phân: $I = \int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{2x+1}}$

Câu5: (*1,5 điểm*)

Cho ba số bất kỳ x, y, z. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{x^2+xy+y^2} + \sqrt{x^2+xz+z^2} \ge \sqrt{y^2+yz+z^2}$$

Đề số 52

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = \frac{x+1}{x-1}$ (1) có đồ thị (C)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).

2) Chứng minh rằng đường thẳng d: y = 2x + m luôn cắt (C) tại hai điểm A, B thuộc hai nhánh khác nhau. Xác định m để đoạn AB có độ dài ngắn nhất.

Câu2: (*2,5 điểm*)

Cho phương trình: $3^{4-2x^2} - 2.3^{2-x^2} + 2m - 3 = 0$ (1)

1) Giải phương trình (1) khi m = 0.

2) Xác định m để phương trình (1) có nghiệm.

Câu3: (*2,5 điểm*)

Giải các phương trình và bất phương trình sau:

1) $\dfrac{\sin^6 x + \cos^6 x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \dfrac{13}{8}\text{tg}2x$

2) $\sqrt{\log_9\left(3x^2 + 4x + 2\right) + 1} > \log_3\left(3x^2 + 4x + 2\right)$

Câu4: (*1,5 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz Cho A(1; 1; 1), B(1; 2; 0) và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 4z + 13 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng AB và tiếp xúc với (S).

Câu5: (*1,5 điểm*)

Tính tổng: $S = C_n^1 + \dfrac{1}{2}C_n^1 + \dfrac{1}{3}C_n^2 + ... + \dfrac{1}{n+1}C_n^n$

Biết rằng n là số nguyên dương thoả mãn điều kiện: $C_n^n + C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 79$

C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử.

Đề số 53

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = -x^3 + 3x^2 - 2$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Tìm t để phương trình: $\left|-x^3 + 3x^2 - 2\right| - \log_2 t = 0$ có 6 nghiệm phân biệt.

Câu2: (*3 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcác Oxy cho đường tròn

(C): $(x-3)^2+(y-1)^2=4$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết rằng tiếp tuyến này đi qua điểm $M_0(6; 3)$

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' Với A(2; 0; 2), B(4; 2; 4), D(2; -2; 2) và C'(8; 10; -10).

a) Tìm toạ độ các đỉnh còn lại của hình hộp ABCD.A'B'C'D'.

b) Tính thể tích của hình hộp nói trên.

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\sqrt{x}+\sqrt{x+1}=\sqrt{x+2}$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sin x+\sin y=1 \\ x^2-\dfrac{\pi x}{2}=y^2-\dfrac{\pi y}{2} \end{cases}$

Câu4: (*2 điểm*)

1) Chứng minh rằng: $C_2^0C_{n-2}^k+C_2^1C_{n-2}^{k-1}+C_2^2C_{n-2}^{k-2}=C_n^k$

$n \ge k+2$; n và k là các số nguyên dương, C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử.

2) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol: $y = -x^2 - 4x$; đường thẳng $x = -1$; đường thẳng $x = -3$ và trục Ox

Câu5: (*1 điểm*)

Cho 2 số nguyên dương m, n là số lẻ

Tính theo m, n tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^n x\cos^m x\,dx$

Đề số 54

Câu1: (*2 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y=\dfrac{x^3}{3}-2x^2+3x$

2) Dựa và đồ thị (C) ở Câu trên, hãy biện luận theo tham số m số nghiệm của phương trình: $\dfrac{e^{3x}}{3}-2e^{2x}+3e^x=m$

Câu2: (*3 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcác Oxy cho elíp (E) có phương trình:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \qquad (a>0,\ b>0)$$

a) Tìm a, b biết Elip (E) có một tiêu điểm là $F_1(2;\,0)$ và hình chữ nhật cơ sở của (E) có diện tích là $12\sqrt{5}$ (đvdt).

b) Tìm phương trình đường tròn (C) có tâm là gốc toạ độ. Biết rằng (C) cắt (E) vừa tìm được ở Câu trên tại 4 điểm lập thành hình vuông.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz tìm theo a, b, c (a, b, c ≠ 0) toạ độ các đỉnh của hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Biết A(a; 0; 0); B(0; b; 0) C(0; 0; c) và D'(a; b; c).

<u>Câu3:</u> (*2 điểm*)

1) Giải và biện luận phương trình sau theo tham số m:

$$2\log_3 x-\log_3(x-1)-\log_3 m=0$$

2) Giải phương trình: $\sin x+\sin 2x+\sin 3x-\sqrt{3}(\cos x+\cos 2x+\cos 3x)=0$

<u>Câu4:</u> (*2 điểm*)

1) Cho f(x) là hàm liên tục trên đoạn [0; 1]. Chứng minh rằng:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)dx$$

2) Tính các tích phân:

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^{2003}x\,dx}{\sin^{2003}x+\cos^{2003}x} \qquad J=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^{2003}x\,dx}{\sin^{2003}x+\cos^{2003}x}$$

<u>Câu5:</u> (*1 điểm*)

Giải bất phương trình: $(n!)^3.C_n^n.C_{2n}^n.C_{3n}^n \le 720$

C_n^k là tổ hợp chập k của n phần tử.

<u>Đề số 55</u>

<u>Câu1:</u> (*2 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = x^4 - 10x^2 + 9$

2) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình: x - 3mx + 2 = 0 có nghiệm duy nhất.

<u>Câu2:</u> (*2 điểm*)

1) Tìm tất cả các đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số: $y = 2x + \sqrt{1+x^2}$

2) Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = e^x$; $y = \frac{1}{e}$; $y = e$ và trục tung quay xung quanh Oy.

Câu3: (*2 điểm*)

1) Cho đa thức: $P(x) = (16x - 15)^{2005}$, khai triển đa thức đó dưới dạng:

$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_{2005}x^{2005}$

Tính tổng: $S = a_0 + a_1 + a_2 + ... + a_{2005}$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3^{-x}2^y = 1152 \\ \log_2(x+y) = \log_2 5 \end{cases}$

Câu4: (*2 điểm*)

1) Cho ΔABC có độ dài các cạnh BC, CA, AB theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Tính giá trị của biểu thức: $P = \cot g\frac{A}{2}\cot g\frac{C}{2}$

2) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Đềcác vuông góc Oxy cho hypebol (H): $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Lập phương trình của elíp (E), biết rằng (E) có các tiêu điểm là các tiêu điểm của (H) và (E) ngoại tiếp hình chữ nhật cơ sở của (H)

Câu5: (*2 điểm*)

1) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho ΔABC có điểm B(2; 3; -4), đường cao CH có phương trình: $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-5}$ và đường phân giác trong góc A là AI có phương trình: $\frac{x-5}{7} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{2}$. Lập phương trình chính tắc của cạnh AC.

2) CMR: trong mọi hình nón ta luôn có: $\left(\frac{6V}{\pi}\right)^2 \le \left(\frac{2S}{\pi\sqrt{3}}\right)^3$

(V là thể tích hình nón, S là diện tích xung quanh của hình nón)

Đề số 56

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = \frac{x^2 - (m+1)x + m + 1}{x - 1}$ (1) (*m là tham số*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 1.

2) Chứng minh rằng hàm số (1) luôn có giá trị cực đại ($y_{CĐ}$) và giá trị cực tiểu (y_{CT}) với $\forall$m. Tìm các giá trị của m để $(y_{CĐ})^2 = 2y_{CT}$

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $3\cos x\left(1-\sqrt{\sin x}\right)-\cos 2x = 2\sqrt{\sin x}\sin^2 x - 1$

2) Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2 - 2x \le 0 \\ x^4 - 5x^2 + 4 \le 0 \end{cases}$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Tính tích phân: $I = \int_0^{\sqrt{3}} x^3\sqrt{1+x^2}dx$

2) Tìm số nguyên dương n thoả mãn đẳng thức: $A_n^3 + 2C_n^2 = 16n$

Câu4: (*3 điểm*)

1) Cho tứ diện ABCD có độ dài cạnh AB = x (x > 0), tất cả các cạnh còn lại có độ dài bằng 1. Tính dộ dài đoạn vuông góc chung của hai cạnh AB và CD. Tìm điều kiện đối với x để Câu toán có nghĩa.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho tứ diện OABC có O là gốc tọa độ, $A \in Ox$, $B \in Oy$, $C \in Oz$ và mặt phẳng (ABC) có phương trình:
6x + 3y + 2z - 6 = 0.

a) Tính thể tích khối tứ diện OABC.

b) Xác định toạ độ tâm và tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp khối tứ diện OABC.

Câu5: (*1 điểm*)

Cho x, y là hai số thực dương khác 1.

Chứng minh rằng nếu: $\log_x\left(\log_y x\right) = \log_y\left(\log_x y\right)$ thì x = y.

Đề số 57

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = \dfrac{2x-5}{x-2}$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số, biết tiếp tuyến đi qua điểm A(-2; 0).

Câu2: (*3 điểm*)

1) Giải phương trình: $\sin^3\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\sin x$

2) Giải bất phương trình: $\log_{x-1}(x+1)>\log_{x^2-1}(x+1)$

3) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2x^2+3y^2-4xy=3\\ 2x^2-y^2=7\end{cases}$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Tính tích phân: $\int_0^2 \frac{x^3}{x^2+2x+1}dx$

2) Tìm hệ số lớn nhất của đa thức trong khai triển nhị thức Niutơn của: $\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}x\right)^{15}$

Câu4: (*3 điểm*)

1) Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Chứng minh rằng các điểm giữa của 6 cạnh không xuất phát từ hai đầu đường chéo AC' là những đỉnh của một lục giác phẳng đều.

2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcác Oxy cho hai đường thẳng:

$x + y - 1 = 0$ và $3x - y + 5 = 0$

Hãy tìm diện tích hình bình hành có hai cạnh nằm trên hai đường thẳng đã cho, một đỉnh là giao điểm của hai đường đó và giao điểm của hai đường chéo là I(3; 3).

3) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho hai đường thẳng:

d_1: $\begin{cases}3x-2y+5=0\\ y-3z+5=0\end{cases}$ và d_2: $\frac{x-2}{1}=\frac{y+2}{5}=\frac{z}{-2}$

Chứng minh rằng hai đường thẳng đó chéo nhau và tìm phương trình đường vuông góc chung của chúng.

Đề số 58

Câu1: (*4 điểm*)

Cho hàm số: $y = \frac{x+3m-1}{x-m}$ (1)

1) Xác định m để hàm số (1) nghịch biến trong khoảng $(1; +\infty)$

2) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 1, gọi đồ thị của hàm số này là (C).

3) Tìm hai điểm A, B thuộc (C) sao cho A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng (d): $x + 3y - 4 = 0$.

Câu2: (*2 điểm*)

Cho phương trình: $x^2 - 2ax + 2 - a = 0$ (1)

1) Xác định a để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho: $-2 < x_1 < 3 < x_2$

2) Xác định a để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_1 sao cho: $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu3: (*1 điểm*)

Cho ΔABC có 3 góc thoả mãn điều kiện sau: sinA + cosA + sinB - cosB + sinC - cosC = 1. Chứng minh rằng: ΔABC là tam giác vuông.

Câu4: (*3 điểm*)

Cho ΔABC có A(-1; 5) và phương trình đường thẳng BC: $x - 2y - 5 = 0$ ($x_B < x_C$) biết I(0 ; 1) là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

1) Viết phương trình các cạnh AB và AC.

2) Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là chân đường cao vẽ từ các đỉnh A, B, C của tam giác. Tìm toạ độ các điểm A_1, B_1, C_1

3) Gọi E là tâm đường tròn nội tiếp $\Delta A_1B_1C_1$. Tìm toạ độ điểm E.

Đề số 59

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = \dfrac{x^2 - x + m}{x - 1}$ (1) (*m là tham số*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 1.

2) Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại hai điểm A, B phân biệt và các tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1) tại A, B vuông góc với nhau.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\dfrac{1}{tgx + \cot g2x} = \dfrac{\sqrt{2}(\cos x - \sin x)}{\cot gx - 1}$

2) Giải bất phương trình:

$$2x - \log_3 8 + x^2 \log_3(2x) - \log_3 x^3 \geq x^2 - 3 + x\log_3\left(4x^2\right)$$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 4 - x^2$ và $y = \left|x^2 - 2x\right|$.

2) Tính tích phân: $I = \int_0^1 \dfrac{\ln(1+x)dx}{1+x^2}$

Câu4: (*1,5 điểm*)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcác Oxy cho ΔABC có đỉnh A(2; -3) , B(3; -2) và diện tích ΔABC bằng $\dfrac{3}{2}$. Biết trọng tâm G của ΔABC thuộc đường thẳng d: 3x - y - 8 = 0. Tìm toạ độ điểm C.

Câu5: (*2 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho điểm A(1; 2; -1) , B(7; -2; 3) và đường thẳng d: $\begin{cases} 2x + 3y - 4 = 0 \\ y + z - 4 = 0 \end{cases}$

1) Chứng minh rằng hai đường thẳng d và AB dồng phẳng.

2) Tìm toạ độ giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

3) Trên d, tìm điểm I sao cho độ dài đường gấp khúc IAB ngắn nhất.

Đề số 60

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = \frac{x^2 - 2mx + m}{x + m}$ (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) với m = 1.

2) Chứng minh rằng nếu đồ thị (C_m) của hàm số (1) cắt Ox tại điểm x_0 thì các tiếp tuyến cắt (C_m) tại điểm đó có hệ số góc là $k = \frac{2x_0 - 2m}{x_0 + m}$

áp dụng: Tìm m để đồ thị (C_m) cắt Ox tại hai điểm phân biệt và tiếp tuyến tại hai điểm đó của (C_m) vuông góc với nhau.

<u>Câu2:</u> (*1,5 điểm*)

Giải phương trình:

1) $\sin x.\cos x + \cos x = -2\sin^2 x - \sin x + 1$

2) $\log_2(x+1) = \log_{x+1} 16$

<u>Câu3:</u> (*2 điểm*)

1) Bằng cách đặt $x = \frac{\pi}{2} - t$, hãy tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$

2) Tìm m để bất phương trình: $mx - \sqrt{x-3} \le m + 1$ có nghiệm.

<u>Câu4:</u> (*3 điểm*)

1) Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của A'D' và B'B. Chứng minh rằng $IJ \perp AC'$

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho các đường thẳng:

(d_1): $\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ và (d_2): $\begin{cases} x = -3t' \\ y = 3 + 2t' \\ z = -2 \end{cases}$ $(t, t' \in \mathbf{R})$

a) Chứng minh rằng (d_1) và (d_2) chéo nhau.

b) Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính là đoạn vuông góc chung của (d_1) và (d_2).

<u>Câu5:</u> (*1 điểm*)

Chứng minh rằng: $2\cos x + \cot gx + 3x - \frac{3\pi}{2} > 0$ với $\forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

<u>Đề số 61</u>

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = \dfrac{x^2 + x - 2}{x + 1}$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Chứng minh rằng trên đồ thị (C) tồn tại vô số cặp điểm tại đó các tiếp tuyến của đồ thị song song với nhau.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\cos\dfrac{4x}{3} = \cos^2\left(\dfrac{x}{3}\right)$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \log_x(11x + 14y) = 3 \\ \log_y(11y + 14x) = 3 \end{cases}$

Câu3: (*3 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcác Oxy cho điểm F(3; 0) và đường thẳng (d) có phương trình: 3x - 4y + 16 = 0

a) Viết phương trình đường tròn tâm F và tiếp xúc với (d).

b) Chứng minh rằng parabol (P) có tiêu điểm F và đỉnh là gốc toạ độ tiếp xúc với (d).

2) Cho tứ diện ABCD có AB, AC, AD vuông góc với nhau từng đôi một. Gọi H là hình chiếu của A lên mặt phẳng (BCD) và S, S_1, S_2, S_3 lần lượt là diện tích của các mặt (BCD), (ABC), (ACD), (ABD). Chứng minh rằng:

a) $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AC^2} + \dfrac{1}{AD^2}$

b) $S^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$

Câu4: (*2 điểm*)

1) Tính tích phân: $I = \displaystyle\int_1^{e^\pi} \cos(\ln x)dx$

2) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số F(t) xác định bởi:

$F(t) = \displaystyle\int_0^t x\cos x^2 dx$

Câu5: (*1 điểm*)

Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 5, mỗi số có 5 chữ số phân biệt.

2) Giải phương trình: $\sin^4 x + \cos^4 x - \cos 2x + \dfrac{1}{4}\sin^2 2x = 0$

Đề số 62

Câu1: (*3,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = x^3 - 3x^2$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2) Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C) và trục hoành.

3) Xét đường thẳng (D): y = mx, thay đổi theo tham số m. Tìm m để đường thẳng (D) cắt đường cong (C) tại 3 điểm phân biệt, trong đó có hai điểm có hoành độ dương.

Câu2: (*2 điểm*)

Tính các tích phân sau đây:

1) $I = \int_0^{\pi} x\sin x dx$ 2) $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x\cos^3 x dx$

Câu3: (*2,5 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcác Oxy cho hypebol (H): $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Gọi F là một tiêu điểm của hypebol (H) ($x_F < 0$) và I là trung điểm của đoạn OF. Viết phương trình các đường thẳng tiếp xúc với hypebol (H) và đi qua I.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho điểm A(3; -3; 4) và mặt phẳng (P): 2x - 2y + z - 7 = 0. Tìm điểm đối xứng của điểm A qua mặt phẳng (P).

Câu4: (*2 điểm*)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = \frac{4}{3} \\ xy = 9 \end{cases}$

Đề số 63

Câu1: (*2 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = \dfrac{x^2 + x - 1}{x - 1}$

2) Tìm m để đường thẳng d: y = -x + m cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt. Khi đó chứng minh rằng cả hai giao điểm cùng thuộc một nhành của (C).

Câu2: (*2,5 điểm*)

1) Giải phương trình: $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x = 4$

2) Cho ΔABC có ba góc nhọn. Chứng minh rằng: tgA + tgB + tgC = tgAtgBtgC

Từ đó tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức E = tgA + tgB + tgC

Câu3: (*1,5 điểm*)

Chứng minh rằng nếu: $y = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 4}\right)$ thì đạo hàm $y' = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + 4}}$

Sử dụng kết quả này tính tích phân: $I = \int_0^2 \sqrt{x^2 + 4}dx$

Câu4: (*3 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcác Oxy cho parabol (P): $y^2 = 4x$. Từ điểm M bất kỳ trên đường chuẩn của (P) vẽ hai tiếp tuyến đến (P), gọi T_1, T_2 là các tiếp điểm. Chứng minh rằng T_1, T_2 và tiêu điểm F của (P) thẳng hàng.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho mặt phẳng

(α): x + y + z + 10 = 0 và đường thẳng Δ: $\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$ $(t \in R)$

Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ' là hình chiếu vuông góc của Δ lên mặt phẳng (α).

3) Cho tứ diện OABC có OA, OB, OC vuông góc với nhau từng đôi một, sao cho OA = a; OB = b; OC = 6 (a, b > 0). Tính thể tích tứ diện OABC theo a và b. Với giá trị nào của a và b thì thể tích ấy đạt giá trị lớn nhất, tính giá trị lớn nhất đó khi a + b = 1.

Câu5: (*1 điểm*)

Hãy khai triển nhị thức Niutơn $(1 - x)^{2n}$, với n là số nguyên dương. Từ đó chứng minh rằng: $1.C_{2n}^1 + 3C_{2n}^3 + ... + (2n-1)C_{2n}^{2n-1} = 2.C_{2n}^2 + 4.C_{2n}^4 + ... + 2nC_{2n}^{2n}$

Đề số 64

Câu1: (*2 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = \dfrac{x^2}{x-1}$. Gọi đồ thị là (C)

2) Tìm trên đường thẳng y = 4 tất cả các điểm mà từ đó có thể tới đồ thị (C) hai tiếp tuyến lập với nhau một góc 45^0.

Câu2: (*3 điểm*)

Giải các phương trình sau đây:

1) $\sqrt{4x-1} + \sqrt{4x^2-1} = 1$

2) $\sin 3x = \cos x.\cos 2x.(tg^2x + tg2x)$

3) $P_x A_x^2 + 72 = 6\left(A_x^2 + 2P_x\right)$ trong đó P_x là số hoán vị của x phần tử, A_x^2 là số chỉnh hợp chập 2 của x phần tử (x là số nguyên dương).

Câu3: (*2 điểm*)

1) Tuỳ theo giá trị của tham số m, hãy tìm GTNN của biểu thức:

$$P = (x + my - 2)^2 + [4x + 2(m-2)y - 1]^2.$$

2) Tìm họ nguyên hàm: $I = \int tg\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right)\cot g\left(x + \dfrac{\pi}{6}\right)dx$

Câu4: (*2 điểm*)

Cho hình chóp SABC đỉnh S, đáy là tam giác cân AB = AC = 3a, BC = 2a. Biết rằng các mặt bên (SAB), (SBC), (SCA) đều hợp với mặt phẳng đáy (ABC) một góc 60^0. Kẻ đường cao SH của hình chóp.

1) Chứng tỏ rằng H là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC và $SA \perp BC$.

2) Tính thể tích hình chóp.

Câu5: (*1 điểm*)

Chứng minh rằng với $\forall x \ge 0$ và với $\forall \alpha > 1$ ta luôn có: $x^{\alpha} + \alpha - 1 \ge \alpha x$. Từ đó chứng minh rằng với ba số dương a, b, c bất kỳ thì: $\sqrt{\dfrac{a^3}{b^3}} + \sqrt{\dfrac{b^3}{c^3}} + \sqrt{\dfrac{c^3}{a^3}} \ge \dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{c} + \dfrac{c}{a}$.

Đề số 65

Câu1: (*2,5 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = (x + 1)^2(x - 2)$.

2) Cho đường thẳng Δ đi qua điểm M(2; 0) và có hệ số góc là k. Hãy xác định tất cả giá trị của k để đường thẳng Δ cắt đồ thị của hàm số sau tại bốn điểm phân biệt: $y = |x|^3 - 3|x| - 2$.

Câu2: (*2 điểm*)

Giải các phương trình:

1) $\sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}} = \dfrac{x+5}{2}$

2) $\dfrac{\cos x(\cos x + 2\sin x) + 3\sin x\left(\sin x + \sqrt{2}\right)}{\sin 2x - 1} = 1$

Câu3: (*2,5 điểm*)

1) Giải và biện luận phương trình sau theo tham số a: $\sqrt{a+2^x} + \sqrt{a-2^x} = a$

2) Giải phương trình:

$$\sqrt{\left(\log_2\sqrt{2x} + \log_x\sqrt{2x}\right)\log_2 x^2} + \sqrt{\left(\log_2\sqrt{\frac{x}{2}} + \log_x\sqrt{\frac{2}{x}}\right)\log_2 x^2} = 2$$

Câu4: (*2 điểm*)

Cho tứ diện SPQR với SP ⊥ SQ, SQ ⊥ SR, SR ⊥ SP. Gọi A, B, C theo thứ tự là trung điểm của các đoạn PQ, QR, RP.

1) Chứng minh rằng các mặt của khối tứ diện SABC là các tam giác bằng nhau.

2) Tính thể tích của khối tứ diện SABC khi cho SP = a, SQ = b, SR = c.

Câu5: (*1 điểm*)

Tính tích phân: $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin 2x + \cos 2x}dx$

Đề số 66

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = \dfrac{x^2 + x}{x - 2}$ (C)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (C)

2) Đường thẳng (Δ) đi qua điểm B(0; b) và song song với tiếp tuyến của (C) tại điểm O(0; 0). Xác định b để đường thẳng (Δ) cắt (C) tại hai điểm phân biệt M, N. Chứng minh trung điểm I của MN nằm trên một đường thẳng cố định khi b thay đổi.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải bất phương trình: $\sqrt{x^2 - 4x + 3} - \sqrt{2x^2 - 3x + 1} \ge x - 1$

2) Tính tích phân: $I = \displaystyle\int_0^{\left(\frac{\pi}{2}\right)^3} \sin\sqrt[3]{x}\,dx$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải và biện luận phương trình: $2m(\cos x + \sin x) = 2m^2 + \cos x - \sin x + \dfrac{3}{2}$

2) Tam giác ABC là tam giác gì nếu: $\begin{cases} a^2\sin 2B + b^2\sin 2A = 4ab\cos A\sin B \\ \sin 2A + \sin 2B = 4\sin A\sin B \end{cases}$

Câu4: (*2 điểm*)

1) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho các điểm A(2; 0; 0), B(0; 3; 0), C(0; 0; 3). Các điểm M, N lần lượt là trung điểm của OA và BC; P, Q là hai điểm trên OC và AB sao cho $\dfrac{OP}{OC} = \dfrac{2}{3}$ và hai đường thẳng MN, PQ cắt nhau. Viết phương trình mặt phẳng (MNPQ) và tìm tỷ số $\dfrac{AQ}{AB}$?

2) Trong mặt phẳng Oxy cho parabol (P) có đỉnh tại gốc toạ độ và đi qua điểm $A\left(2;2\sqrt{2}\right)$. Đường thẳng (d) đi qua điểm $I\left(\dfrac{5}{2};1\right)$ cắt (P) tại hai điểm M, N sao cho MI = IN. Tính độ dài MN.

Câu5: (*1,5 điểm*)

Biết các số a, b, c thoả mãn: $\begin{cases} a^2+b^2+c^2=2 \\ ab+bc+ca=1 \end{cases}$. Chứng minh:

$-\frac{4}{3} \le a \le \frac{4}{3}$; $-\frac{4}{3} \le b \le \frac{4}{3}$; $-\frac{4}{3} \le c \le \frac{4}{3}$

Đề số 67

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = x^4 - 4x^2 + m$ (C)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số với m = 3.

2) Giả sử (C) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt. Hãy xác định m sao cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành có diện tích phần phía trên và phần phía dưới trục hoành bằng nhau.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x+y=\dfrac{3}{x^2} \\ 2y+x=\dfrac{3}{y^2} \end{cases}$

2) Giải phương trình: $2^{x-1} - 2^{x^2-x} = (x-1)^2$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình lượng giác: $\sin\left(\frac{3\pi}{10}-\frac{x}{2}\right)=\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{10}+\frac{3x}{2}\right)$

2) Cho ΔABC có độ dài các cạnh là a, b, c và diện tích S thoả mãn:

$S = (c + a - b)(c + b - a)$. Chứng minh rằng: $\text{tg}C = \frac{8}{15}$.

Câu4: (*2 điểm*)

1) Tính: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+2x}-\sqrt[3]{1+3x}}{x^2}$

2) Tính: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1+\text{tg}x)dx$

Câu5: (*2 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ trực truẩn Oxyz:

1) Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua các điểm M(0; 0; 1) N(3; 0; 0) và tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc $\frac{\pi}{3}$.

2) Cho 3 điểm A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c) với a, b, c là ba số dương, thay đổi và luôn thoả mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 3$.

Xác định a, b, c sao cho khoảng cách từ điểm O(0; 0; 0) đến mặt phẳng(ABC) đạt giá trị lớn nhất.

Đề số 68

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = \frac{x^2 + mx - m - 1}{x + 1}$ (C_m)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi m = -1.

2) Chứng minh rằng họ (C_m) luôn đi qua một điểm cố định.

3) Tìm m để hàm số (C_m) có cực trị. Xác định tập hợp các điểm cực trị.

Câu2: (*3 điểm*)

1) Giải phương trình: $\sin^{2000} x + \cos^{2000} x = 1$

2) Giải bất phương trình: $|1 + \log_x 2000| < 2$

3) Chứng minh bất đẳng thức: $\frac{1}{\sqrt{2}} \le \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{dx}{\sqrt{1 - x^{2000}}} \le \frac{\pi}{4}$

Câu3: (*2 điểm*)

Trong không gian Oxyz cho bốn điểm A(-4; 4; 0), B(2; 0; 4), C(1; 2; -1) và D(7, -2, 3).

1) Chứng minh rằng bốn điểm A, B, C, D nằm trên cùng một mặt phẳng.

2) Tính khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng AB.

3) Tìm trên đường thẳng AB điểm M sao cho tổng MC + MD là nhỏ nhất.

Câu4: (*1 điểm*)

Tính tích phân: $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx$

Bà i5: (*1,5 điểm*)

Một tổ học sinh có 5 nam và 5 nữ xếp thành một hàng dọc.

1) Có bao nhiêu cách xếp khác nhau?

2) Có bao nhiêu cách xếp sao cho không có học sinh cùng giới tính đứng kề nhau?

Đề số 69

Câu1: (*2 điểm*)

1) Giải bất phương trình: $\sqrt{x^2 - 8x + 15} + \sqrt{x^2 + 2x - 15} \le \sqrt{4x^2 - 18x + 18}$

2) Xác định giá trị của a để hệ bất phương trình: $\begin{cases} x + 3y \ge (x+y)^2 + a \\ (x-y)^2 \le 3y - x - a \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

Câu2: (*1 điểm*)

Giải phương trình: cos2x + cos4x + cos6x = cosxcos2xcos3x + 2

Câu3: (*3 điểm*)

1) Cho hàm số: $y = 2x^3 - 3(2m + 1)x^2 + 6m(m + 1)x + 1$

a) Với các giá trị nào của m thì đồ thị (C_m) của hàm số có hai điểm cực trị đối xứng nhau qua đường thẳng y = x + 2.

b) (C_0) là đồ thị hàm số ứng với m = 0. Tìm điều kiện của a và b để đường thẳng y = ax + b cắt (C_0) tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho AB = BC. Khi đó chứng minh rằng đường thẳng y = ax + b luôn đi qua một điểm cố định.

2) Tính tích phân: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} dx$

Câu4: (*2 điểm*)

Cho các đường tròn: (C): $x^2 + y^2 = 1$ (C_m): $x^2 + y^2 - 2(m + 1)x + 4my = 5$

1) Chứng minh rằng có hai đường tròn (C_{m_1}), (C_{m_2}) tiếp xúc với đường tròn (C) ứng với hai giá trị m_1, m_2 của m.

2) Xác định phương trình các đường thẳng tiếp xúc với cả hai đường tròn (C_{m_1}), (C_{m_2}) ở trên.

Câu5: (*2 điểm*)

Cho hai đường thẳng chéo nhau (d), (d') nhận đoạn AA' = a làm đoạn vuông góc chung (A ∈ (d), A' ∈ (d')). (P) là mặt phẳng qua A' và vuông góc với (d'). (Q) là mặt phẳng di động nhưng luôn song song với (P) và cắt (d), (d') lần lượt tại M, M'. N là hình chiếu vuông góc của M trên (P), x là khoảng cách giữa (P) và (Q), α là góc giữa (d) và (P).

1) Tính thể tích hình chóp A.A'M'MN theo a, x, α.

2) Xác định tâm O của hình cầu ngoại tiếp hình chóp trên. Chứng minh rằng khi (Q) di động thì O luôn thuộc một đường thẳng cố định và hình cầu ngoại tiếp hình chóp A.A'M'MN cũng luôn chứa một đường tròn cố định.

Đề số 70

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 3}{2x^2 + x - 1}$

1) Tìm tập xác định và xét sự biến thiên của f(x);

2) Tìm các tiệm cận, điểm uốn và xét tính lồi lâm của đồ thị f(x)

3) CMR đạo hàm cấp n của f(x) bằng: $(-1)^n n!\left(\dfrac{2^{n-1}}{(2x-1)^{n+1}} - \dfrac{2}{(x+1)^{n+1}}\right)$

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải bất phương trình: $\dfrac{\lg\dfrac{5+x}{5-x}}{2^x - 3x + 1} < 0$

2) Giải phương trình: $\dfrac{\sqrt{1-\sin 2x} + \sqrt{1+\sin 2x}}{\sin x} = 4\cos x$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Tính: $I = \int\limits_0^1 \dfrac{3dx}{1+x^3}$

2) Chứng minh rằng với 2 số tự nhiên m, n khác nhau:

$$\int\limits_{-\pi}^{\pi} \cos mx.\sin nx dx = \int\limits_{-\pi}^{\pi} \sin mx.\cos nx dx = 0$$

Câu4: (*3,5 điểm*)

1) Cho 4 điểm A, B, C, D. Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$ khi và chỉ khi $AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2$;

b) Nếu $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{BC}$, thì $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BD}$

2) Cho 4 điểm A(0; 0; 0), B(3; 0; 0), C(1; 2; 1), D(2; -1; 2) trong hệ toạ độ Đềcác trực truẩn Oxyz. Viết phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm: C, D và tâm mặt cầu nội tiếp hình chóp A.BCD.

3) Tìm tập hợp các điểm M(x, y) trong hệ toạ độ Đềcác trực truẩn Oxy, sao cho khoảng cách từ M đến điểm F(0; 4) bằng hai lần khoảng cách từ M đến đường thẳng y = 1. Tập hợp đường đó là gì?

Đề số 71

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = f(x) = x^3 + ax + 2$, (*a là tham số*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi a = -3.

2) Tìm tất cả giá trị của a để đồ thị hàm số y = f(x) cắt trục hoành tại một và chỉ một điểm.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải bất phương trình: $\sqrt{x+1} > 3 - \sqrt{x+4}$

2) Giải phương trình: $4^{\lg(10x)} - 6^{\lg x} = 2.3^{\lg(100x^2)}$

Câu3: (*1 điểm*)

Với n là số tự nhiên bất kỳ lớn hơn 2, tìm $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thoả mãn phương trình:

$$\sin^n x + \cos^n x = 2^{\frac{2-n}{2}}$$

Câu4: (*2 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác trực truẩn Oxyz cho đường thẳng (d): $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-2}$ và mặt phẳng (P): 2x - 2y + z - 3 = 0

1) Tìm toạ độ giao điểm A của đường thẳng (d) với mặt phẳng (P) . Tính góc giữa đường thẳng (d) và mặt phẳng (P).

2) Viết phương trình hình chiếu vuông góc (d') của đường thẳng (d) trên mặt phẳng (P).

Câu5: (*3 điểm*)

1) Tìm 2 số A, B để hàm số: h(x) = $\frac{\sin 2x}{(2+\sin x)^2}$ có thể biểu diễn được dưới dạng: $h(x) = \frac{A.\cos x}{(2+\sin x)^2} + \frac{B.\cos x}{2+\sin x}$, từ đó tính tích phân $J = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} h(x)dx$

2) Tìm họ nguyên hàm của hàm số g(x) = sinx.sin2x.cos5x

3) Tính tổng: $S = C_n^1 - 2C_n^2 + 3C_n^3 - 4C_n^4 + ... + (-1)^{n-1}.n.C_n^n$

(n là số tự nhiên bất kỳ lớn hơn 2, C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử)

Đề số 72

Câu1: (*2 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x+2}{x-3}$

2) Tìm trên đồ thị của hàm số điểm M sao cho khoảng cách từ điểm M đến đường tiệm cận đứng bằng khoảng cách từ M đến đường tiệm cận ngang.

Câu2: (*3 điểm*)

1) Với những giá trị nào của m thì hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2 + 10x + 9 \le 0 \\ x^2 - 2x + 1 - m \le 0 \end{cases}$

có nghiệm

2) Giải phương trình: $4^{x^2-3x+2} + 4^{x^2+6x+5} = 4^{2x^2+3x+7} + 1$

3) Cho các số x, y thoả mãn: x ≥ 0, y ≥ 0 và x + y = 1. Hãy tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{x}{y+1} + \frac{y}{x+1}$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình lượng giác: cosx + cos2x + cos3x + cos4x = 0

2) Hãy tính các góc của ΔABC nếu trong tam giác đó ta có:

$\sin^2 A + \sin^2 B + 2\sin A\sin B = \frac{9}{4} + 3\cos C + \cos^2 C.$

Câu4: (*2 điểm*)

Cho tứ diện đều ABCD cạnh bằng a.

1) Giả sử I là một điểm thay đổi ở trên cạnh CD. Hãy xác định vị trí của I để diện tích ΔIAB là nhỏ nhất.

2) Giả sử M là một điểm thuộc cạnh AB. Qua điểm M dựng mặt phẳng song song với AC và BD. Mặt phẳng này cắt các cạnh AD, DC, CB lần lượt tại N, P, Q. Tứ giác MNPQ là hình gì? Hãy xác định vị trí của M để diện tích tứ giác MNPQ là lớn nhất.

Câu5: (*1 điểm*)

Với những giá trị nào của m thì hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 4 \\ x^2 + y^2 = m^2 \end{cases}$ có nghiệm?

Đề số 73

Câu1: (*2 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$

2) Tìm trên đồ thị của hàm số hai điểm A, B thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị để khoảng cách giữa chúng là nhỏ nhất.

Câu2: (*1,5 điểm*)

Giải phương trình lượng giác: $\sin^3 x.\cos 3x + \cos^3 x.\sin 3x = \sin^3 4x$

Câu3: (*3 điểm*)

1) Giải phương trình: $\sqrt{3 - x + x^2} - \sqrt{2 + x - x^2} = 1$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (x + y)\left(1 + \dfrac{1}{xy}\right) = 5 \\ (x^2 + y^2)\left(1 + \dfrac{1}{x^2y^2}\right) = 49 \end{cases}$

3) Cho các số x, y thay đổi thoả mãn điều kiện $x \geq 0$, $y \geq 0$ và $x + y = 1$. Hãy tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = 3^x + 9^y$.

Câu4: (*2 điểm*)

Cho họ đường tròn: $x^2 + y^2 - 2mx - 2(m + 1)y + 2m - 1 = 0$

1) Chứng minh rằng khi m thay đổi, họ đường tròn luôn luôn đi qua hai điểm cố định.

2 Chứng minh rằng với mọi m, họ đường tròn luôn cắt trục tung tại hai điểm phân biệt.

Câu5: (*1,5 điểm*)

Tính tích phân: $\int_0^1 \frac{dx}{\left(x^2 + 3x + 2\right)^2}$

Đề số 74

Câu1: (*2 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{2x^2 + x}{x + 1}$ (H)

2) Tìm những điểm M trên đường thẳng y = 1 sao cho từ M có thể kẻ được đúng một tiếp tuyến đến đồ thị (H).

Câu2: (*2 điểm*)

Cho $f(x) = \cos^2 2x + 2(\sin x + \cos x)^3 - 3\sin 2x + m$.

1) Giải phương trình f(x) = 0 khi m = -3.

2) Tính theo m giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của f(x). Từ đó tìm m sao cho $(f(x))^2 \leq 36$ với mọi x.

Câu3: (*2 điểm*)

Cho tập hợp A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

1) Có bao nhiêu tập con X của A thoả mãn điều kiện X chứa 1 và không chứa 2?

2) Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 5 chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập A và không bắt đầu bởi 123?

Câu4: (*2 điểm*)

Cho hai đường tròn: (C_1): $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$

(C_2): $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 30 = 0$ có tâm lần lượt là I và J

1) Chứng minh (C_1) tiếp xúc ngoài với (C_2) và tìm toạ độ tiếp điểm H.

2) Gọi (D) là một tiếp tuyến chung không đi qua H của (C_1) và (C_2). Tìm toạ độ giao điểm K của (D) và đường thẳng IJ. Viết phương trình đường tròn (C) đi qua K và tiếp xúc với hai đường tròn (C_1) và (C_2) tại H.

Câu5: (*2 điểm*)

Cho hình chóp tam giác SABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA \perp (ABC)$ và SA = a. M là một điểm thay đổi trên cạnh AB. Đặt góc ACM = α, hạ SH vuông góc với đường thẳng CM.

1) Tìm quỹ tích điểm H khi điểm M chạy trên đoạn AB. Góc α bằng bao nhiêu để thể tích tứ diện SAHC đạt giá trị lớn nhất.

2) Hạ $AI \perp SC$, $AK \perp SH$. Tính độ dài SK, AK và thể tích tứ diện SAKL theo a và α.

Đề số 75

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = \dfrac{x+1}{x-1}$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

2) Tìm những điểm trên trục tung mà từ mỗi điểm ấy chỉ kẻ được đúng một tiếp tuyến tới đồ thị hàm số (ở phần 1).

Câu2: (*3 điểm*)

1) Giải phương trình: $2\text{tg}x + \text{cotg}2x = 2\sin 2x + \dfrac{1}{\sin 2x}$

2) Giải phương trình: $\log_2\left(x^2+3x+2\right)+\log_2\left(x^2+7x+12\right)=3+\log_2 3$

3) Giải và biện luận phương trình theo tham số a: $\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}=a$

Câu3: (*1 điểm*)

Tính giới hạn: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-\sqrt{3x-2}}{x-1}$

Câu4: (*2 điểm*)

Trong không gian cho hệ toạ độ Đềcác vuông góc Oxyz; và cho các điểm A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c) (a, b, c > 0). Dựng hình hộp chữ nhật nhận O, A, B, C làm bốn đỉnh và gọi D là đỉnh đối diện với đỉnh O của hình hộp đó.

1) Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABD).

2) Tính toạ độ hình chiếu vuông góc của C xuống mặt phẳng (ABD). Tìm điều kiện đối với a, b, c để hình chiếu đó nằm trên mặt phẳng (xOy)

Câu5: (*2 điểm*)

1) Tính tích phân: $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + 1}$

2) Tính họ nguyên hàm của: $f(x) = x(1 - x)^{20}$

Đề số 76

Câu1: (*2 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = x^3 - x^2 - x + 1$

2) Biện luận theo tham số m số nghiệm của phương trình: $(x-1)^2|x+1| = m$

Câu2: (*2 điểm*)

Giải các phương trình:

1) $\sin^4 x + \cos 2x + 4\cos^6 x = 0$

2) $\sqrt{\log_2 \sqrt[4]{2x} + \log_x \sqrt[4]{2x}} + \sqrt{\log_2 \sqrt[4]{\frac{x}{2}} + \log_x \sqrt[4]{\frac{2}{x}}} = \sqrt{\log_2 x}$

Câu3: (*1 điểm*)

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình sau có nghiệm:

$\sqrt{2-x} + \sqrt{2+x} - \sqrt{(2-x)(2+x)} = m$

Câu4: (*1,5 điểm*)

Cho tứ diện SABC với góc tam diện đỉnh S là vuông. Gọi H là trực tâm của ΔABC. Chứng minh rằng:

1) SH $\perp$ (ABC).

2) $\dfrac{1}{SH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{SB^2} + \dfrac{1}{SC^2}$

Câu5: (*2 điểm*)

Cho $n \in N$

1) Tính tích phân: $\int_0^1 x(1 + x^2)^n dx$

2) Chứng minh rằng: $1 + \dfrac{1}{2}C_n^1 + \dfrac{1}{3}C_n^2 + \dfrac{1}{4}C_n^3 + ... + \dfrac{1}{n+1}C_n^n = \dfrac{2^{n+1} - 1}{n+1}$

Câu6: (*1,5 điểm*)

1) Tính tích phân: $I = \int_0^1 x^2(1 + x^3)^n dx \quad (n \in N)$

2) Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm M(1; 0) sao cho đường thẳng đó cùng với hai đường thẳng: (d_1): $2x - y + 1 = 0$ (d_2): $x + 2y - 2 = 0$ tạo ra một tam giác cân có đỉnh là giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2.

Đề số 77

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = x^3 + 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + m^3 - 3m$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số ứng với m = 0.

2) Chứng minh rằng với mọi m hàm số đã cho luôn luôn có cực đại và cực tiểu; đồng thời chứng minh rằng khi m thay đổi các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số luôn luôn chạy trên hai đường thẳng cố định.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình lượng giác:

$$\sin x + \sin^2 x + \sin^3 x + \sin^4 x = \cos x + \cos^2 x + \cos^3 x + \cos^4 x$$

2) Chứng minh rằng trong $\forall$ ΔABC ta có:

$$\frac{1}{\sin A} + \frac{1}{\sin B} + \frac{1}{\sin C} = \frac{1}{2}\left(tg\frac{A}{2} + tg\frac{B}{2} + tg\frac{C}{2} + \cot g\frac{A}{2}\cot g\frac{B}{2}\cot g\frac{C}{2}\right)$$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^4 - x^2y^2 + y^4 = 13 \end{cases}$

2) Với những giá trị nào của m thì phương trình: $\left(\frac{1}{5}\right)^{\left|x^2-4x+3\right|} = m^4 - m^2 + 1$ có bốn nghiệm phân biệt.

Câu4: (*2 điểm*)

Cho góc tam diện ba mặt vuông Oxyz. Trên Ox, Oy, Oz lần lượt lấy các điểm A, B, C.

1) Tính diện tích ΔABC theo OA = a

2) Giả sử A, B, C thay đổi nhưng luôn có: OA + OB + AB + BC + CA = k không đổi. Hãy xác định giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện OABC.

Câu5: (*2 điểm*)

1) Tìm họ nguyên hàm của hàm số: $f(x) = tg^4x$

2) Tìm họ nguyên hàm của hàm số: $f(x) = \dfrac{x^4 - 2}{x^3 - x}$.

Đề số 78

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = f(x) = x^4 + 2mx^2 + m$ (*m là tham số*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi m = -1.

2) Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số f(x) > 0 với $\forall x$. Với những giá trị của m tìm được ở trên, CMR hàm số: $F(x) = f(x) + f'(x) + f''(x) + f'''(x) + f^{(4)}(x) > 0\ \forall x$

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình lượng giác: $\dfrac{1}{tgx + \cot g2x} = \dfrac{\sqrt{2}(\cos x - \sin x)}{\cot gx - 1}$

2) Hai góc A, B của ΔABC thoả mãn điều kiện: $tg\dfrac{A}{2} + tg\dfrac{B}{2} = 1$. Chứng minh rằng: $\dfrac{3}{4} \le tg\dfrac{C}{2} < 1$

Câu3: (*1,5 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho đường thẳng (d): $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3t \end{cases}$

và mặt phẳng (P): $2x - y - 2z + 1 = 0$

1) Tìm toạ độ các điểm thuộc đường thẳng (d) sao cho khoảng cách từ mỗi điểm đó đến mặt phẳng (P) bằng 1

2) Gọi K là điểm đối xứng của I(2; -1; 3) qua đường thẳng (d). Hãy xác định toạ độ điểm K.

Câu4: (*2 điểm*)

1) Giải bất phương trình: $\log_3 \sqrt{x^2 - 5x + 6} + \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{x - 2} > \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{3}} (x + 3)$

2) Với $|a| > 1$ thì phương trình sau vô nghiệm:

$\sqrt{2 - x^2} \sin x + \sqrt{2 + x^2} \cos x = |a + 1| + |a - 1|$

Câu5: (*2,5 điểm*)

1) Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) có phương trình: $y = x^2 - 4x + 5$ và hai tiếp tuyến của (P) kẻ tại hai điểm A(1; 2) và B(4; 5)

2) Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x \left(\sin^4 x + \cos^4 x\right) dx$ $\quad J = \int_0^{\pi} |\cos x| \sqrt{\sin x} dx$

3) Viết khai triển Newton của biểu thức $(3x - 1)^{16}$. Từ đó chứng minh rằng:

$$3^{16} C_{16}^0 - 3^{15} C_{16}^1 + 3^{14} C_{16}^2 - ... + C_{16}^{16} = 2^{16}$$

Đề số 79

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = -x^4 + 2(m + 1)x^2 - 2m - 1$

1) Xác định tham số m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại bốn điểm lập thành một cấp số cộng.

2) Gọi (C) là đồ thị khi m = 0. Tìm tất cả các điểm thuộc trục tung sao cho từ đó có thể kẻ được ba tiếp tuyến với đồ thị (C).

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $x^2 + \sqrt{x + 1} = 1$

2) Giải và biện luận phương trình: $m.\text{cotg}2x = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^6 x + \sin^6 x}$ theo tham số m

Câu3: (*1,5 điểm*)

1) Cho hai hàm số: $f(x) = 4\cos x + 3\sin x$; $g(x) = \cos x + 2\sin x$

a) Tìm các số A, B thoả mãn: $g(x) = A.f(x) + B.f'(x)$

b) Tính tích phân: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{g(x)}{f(x)}dx$

2) Tìm thể tích vật thể tạo bởi elíp: $\frac{(x-4)^2}{4}+\frac{y^2}{16}\le 1$ quay quanh trục Oy

<u>Câu4:</u> (*2,5 điểm*)

1) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$; H và K là các hình chiếu vuông góc của A và C_1 xuống mặt phẳng (B_1CD_1). Chứng minh: $\overrightarrow{AH}=2\overrightarrow{KC_1}$

2) Cho hai đường tròn: tâm A(1; 0) bán kính $r_A = 4$ và tâm B(-1; 0) bán kính $r_B = 2$. Tìm tập hợp tâm I(x, y) của các đường tròn tiếp xúc cả 2 đường tròn trên. Tập hợp đó là đường gì?

3) Viết phương trình đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P): x + y + z = 1 và cắt cả hai đường thẳng d_1: $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{1}$ d_2: $\begin{cases} x-2y+x-4=0 \\ 2x-y+2z+1=0 \end{cases}$

<u>Câu5:</u> (*2 điểm*)

1) Cho ba hộp giống nhau, mỗi hộp đựng 7 bút chì khác nhau về màu sắc.

Hộp I có 3 bút màu đỏ, 2 bút màu xanh, 2 bút màu đen;
Hộp II có 2 bút màu đỏ, 2 bút màu xanh, 3 bút màu đen;
Hộp III có 5 bút màu đỏ, 1 bút màu xanh, 1 bút màu đen;

Lấy ngẫu nhiên một hộp và rút hú hoạ từ hộp đó ra 2 bút.

a) Tính tất cả số các khả năng xảy ra và số khả năng để 2 bút đó có cùng màu

b) Tính số khả năng để 2 bút đó không có màu đen

2) Có bao nhiêu số tự nhiên khác nhau, nhỏ hơn 10.000 được tạo thành từ 5 chữ số: 0, 1, 2, 3, 4

<u>Đề số 80</u>

<u>Câu1:</u> (*2,5 điểm*)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcác Oxy cho (C) là đồ thị của hàm số $y = x + \frac{1}{x}$ và (d) là đường thẳng có phương trình y = ax + b

1) Tìm điều kiện của a và b để (d) tiếp xúc với (C).

2) Giả sử (d) tiếp xúc với (C) tại I. Gọi M và N theo thứ tự là giao điểm của (d) với trục tung và với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất. Chứng minh:

a) I là trung điểm của đoạn MN.

b) Tam giác OMN có diện tích không phụ thuộc vào a và b.

<u>Câu2:</u> (*1,5 điểm*)

Tìm k để hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x - y = k \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

<u>Câu3:</u> (*1,5 điểm*)

1) Chứng minh rằng: $\sqrt{a^2 + a + 1} + \sqrt{a^2 - a + 1} \geq 2 \quad \forall a \in \mathbf{R}$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} |2x - y| - 2|y - x| = 1 \\ 3|2x - y| + |y - x| = 10 \end{cases}$

<u>Câu4:</u> (3 *điểm*)

1) Tìm họ nguyên hàm của hàm số: $f(x) = (\sin^4 x + \cos^4 x)(\sin^6 x + \cos^6 x)$

2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcác Oxy cho hai đường thẳng:

(Δ_1): $4x - 3y - 12 = 0$ (Δ_2): $4x + 3y - 12 = 0$

a) Tìm toạ độ các đỉnh của tam giác có ba cạnh lần lượt nằm trên các đường thẳng (Δ_1), (Δ_2) và trục tung.

b) Xác định tâm và bán kính đường tròn nội tiếp của tam giác nói trên.

3) Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' với AA' = a, AB = b, AD = c. Tính thể tích của tứ diện ACB'D' theo a, b, c.

<u>Câu5:</u> (*1,5 điểm*)

Cho x, y, z là những số dương. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{x^2 + xy + y^2} + \sqrt{y^2 + yz + z^2} + \sqrt{z^2 + zx + x^2} \geq \sqrt{3}(x + y + z)$$

<u>Đề số 81</u>

<u>Câu1:</u> (*2 điểm*)

Xét hàm số với tham số a: $y = \dfrac{x^2 + 3x + a}{x + 1}$

1) Với những giá trị nào của tham số a thì đồ thị của hàm số trên có tiếp tuyến vuông góc với đường phân giác của góc thứ nhất của hệ trục toạ độ? Chứng minh rằng khi đó đồ thị của hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu.

2) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số với a = 3.

<u>Câu2:</u> (*2 điểm*)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x - 3y = 4\dfrac{y}{x} \\ y - 3x = 4\dfrac{x}{y} \end{cases}$

2) Giải và biện luận bất phương trình sau theo tham số a: $x^{\log_a(ax)} \geq (ax)^4$

<u>Câu3:</u> (*2 điểm*)

1) Giải phương trình lượng giác: cosx.sinx + $|\cos x + \sin x| = 1$

2) Tính giới hạn sau: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x}$

<u>Câu4:</u> (*2 điểm*)

AB là đường vuông góc chung của hai đường thẳng x, y chéo nhau, A thuộc x, B thuộc y. Đặt độ dài AB = d. M là một điểm thay đổi thuộc x, N là một điểm thay đổi thuộc y. Đặt AM = m, BN = n ($m \geq 0$, $n \geq 0$). Giả sử ta luôn có $m^2 + n^2 = k > 0$, k không đổi.

1) Xác định m, n để độ dài đoạn thẳng MN đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất.

2) Trong trường hợp hai đường thẳng x, y vuông góc với nhau và $nm \neq 0$, hãy xác định m, n (theo k và d) để thể tích tứ diện ABMN đạt giá trị lớn nhất và tính giá trị đó.

<u>Câu5:</u> (*2 điểm*)

1) Tính tích phân sau: $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{1 + \cos^2 x}dx$

2) Tìm diện tích của miền trong mặt phẳng toạ độ xOy giới hạn bởi parabol có phương trình: $y = x^2 + x + 2$ và đường thẳng có phương trình: $y = 2x + 4$.

<u>Đề số 82</u>

<u>Câu1:</u> (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = (2 - x^2)^2$ (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1)

2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1) biết rằng tiếp tuyến đó đi qua điểm A(0; 4)

<u>Câu2:</u> (*1,5 điểm*)

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x+y-1} = 1 \\ \sqrt{x-y+2} = 2y-2 \end{cases}$

Câu3: (*1,5 điểm*)

Tìm nghiệm của pt: cos7x - $\sqrt{3}\sin 7x = -\sqrt{2}$ thoả mãn điều kiện: $\frac{2}{5}\pi < x < \frac{6}{7}\pi$

Câu4: (*2 điểm*)

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số: f(x) = $\left|x^3 + 3x^2 - 72x + 90\right|$ trên đoạn [-5; 5]

Câu5: (*3 điểm*)

1) Tính tích phân: $\int_0^1 x^5\left(1-x^3\right)^6 dx$

2) Cho hình chóp tam giác đều SABC có đường cao SO = 1 và đáy ABC có cạnh bằng $2\sqrt{6}$. Điểm M, N là trung điểm của cạnh AC, BC tương ứng. Tính thể tích hình chóp S.AMN và bán kính hình cầu nội tiếp hình chóp đó.

3) Cho hai đường thẳng có phương trình: d_1: $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và d_2: $\begin{cases} x = t-1 \\ y = -t \\ z = 3t-2 \end{cases}$ .Hãy chứng tỏ hai đường thẳng đã cho nằm trên cùng một mặt phẳng đó.

Đề số 83

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: y = $\frac{mx^2 + \left(2-m^2\right)x - 2m - 1}{x - m}$ (1) (*m là tham số*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = -1. Từ đó suy ra đồ thị hàm số: y = $\left|\frac{-x^2 + x + 1}{x+1}\right|$

2) Tìm giá trị của m để hàm số (1) có cực trị. Chứng minh rằng với m tìm được, trên đồ thị hàm số (1) luôn tìm được hai điểm mà tiếp tuyến với đồ thị tại hai điểm đó vuông góc với nhau.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải bất phương trình: $\dfrac{\sqrt{-3x^2+x+4}+2}{x}<2$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(2x+y)^2-5\left(4x^2-y^2\right)+6(2x-y)^2=0\\ 2x+y+\dfrac{1}{2x-y}=3\end{cases}$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\dfrac{\sin^4 2x+\cos^4 2x}{\mathrm{tg}\left(\dfrac{\pi}{4}-x\right)\mathrm{tg}\left(\dfrac{\pi}{4}+x\right)}=\cos^4 4x$

2) Cho sinx + siny + sinz = 0. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\sin^2x+\sin^4y+\sin^6z$

Câu4: (*1,5 điểm*)

Hãy tính thể tích vật thể tròn xoay tạo nên khi ta quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = x\ln x$, $y = 0$, $x = 1$, $x = e$ $(1 \le x \le e)$

Câu5: (*2 điểm*)

Cho hai đường thẳng (d) và (Δ), biết phương trình của chúng như sau:

(d): $\begin{cases}2x-y-11=0\\ x-y-z+5=0\end{cases}$ (Δ): $\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-6}{3}$

1) Xác định véctơ chỉ phương của đường thẳng (d).

2) Chứng minh rằng hai đường thẳng (d) và (Δ) cùng thuộc một mặt phẳng. Viết phương trình mặt phẳng đó.

3) Viết phương trình chính tắc hình chiếu song song của (d) theo phương (Δ) lên mặt phẳng: 3x - 2y = 0.

Đề số 84

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = x^3 + 3x^2 + (m + 1)x + 4m$

1) Với những giá trị nào của m thì hàm số đã cho nghịch biến trên (-1; 1).

2) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số ứng với m = -1.

Câu2: (*3 điểm*)

1) Với những giá trị nào của m thì hệ bất phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 - m \le 0 \\ x^2 - (2m+1)x + m^2 + m \le 0 \end{cases}$$

2) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x + y + x^2 + y^2 = 8 \\ xy(x+1)(y+1) = m \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi m = 12.

b) Với những giá trị nào của m thì hệ phương trình đã cho có nghiệm.

<u>Câu3:</u> (*1 điểm*)

Giải phương trình: 9sinx + 6cosx - 3sin2x + cos2x = 8

<u>Câu4:</u> (*2 điểm*)

1) Tìm họ nguyên hàm của hàm số: $f(x) = \dfrac{\sin 3x.\sin 4x}{\text{tg}x + \cot g2x}$

2) Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ và điểm A(3; 5).

Hãy tìm phương trình tiếp tuyến kẻ từ A đến đường tròn. Giả sử các tiếp tuyến tiếp xúc với đường tròn tại M và N; hãy tính độ dài đoạn MN.

<u>Câu5:</u> (*2 điểm*)

1) Cho a, b, c > 0. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < \sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}}$$

2) Giả sử x, y, z là những số dương thay đổi thoả mãn điều kiện: x + y + z = 1

Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{y}{y+1} + \dfrac{z}{z+1}$

<u>Đề số 85</u>

<u>Câu1:</u> (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = f(x) = -x^3 + 3mx - 2$ (*m là tham số*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 1.

2) Xác định các giá trị của m để bất phương trình: $f(x) \le -\dfrac{1}{x^3}$ được thoả mãn $\forall x \ge 1$.

Câu2: (*2 điểm*)

Giải các bất phương trình: 1) $3^{\sqrt{x^2-2x}} \ge \left(\frac{1}{3}\right)^{x-|x-1|}$

2) $\dfrac{\log_2(x+1)^2 - \log_3(x+1)^3}{x^2-3x-4} > 0$

Câu3: (*1,5 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Đềcác trực chuẩn Oxy, hãy viết phương trình đường tròn đi điểm A(2; -1) và tiếp xúc với hai trục toạ độ Ox và Oy.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho điểm M(1; 2; -1) và đường thẳng (d) có phương trình: $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} = -\frac{z-2}{2}$. Gọi N là điểm đối xứng của M qua đường thẳng (d). Tính độ dài đoạn thẳng MN.

Câu4: (*2,5 điểm*)

1) Giải phương trình lượng giác: $\left(\sqrt{1-\cos x} + \sqrt{\cos x}\right)\cos 2x = \frac{1}{2}\sin 4x$

2) Cho Hypebol (H): $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

a) Tìm tập hợp các điểm trong mặt phẳng toạ độ Oxy sao cho từ mỗi điểm đó kẻ được hai tiếp tuyến với (H) và hai tiếp tuyến ấy vuông góc với nhau.

b) M là điểm bất kỳ trên (H). (Δ_1), (Δ_2) là hai đường thẳng đi qua M và tương ứng song song với hai đường tiệm cận của (H). Chứng minh rằng diện tích S của hình bình hành được giới hạn bởi (Δ_1), (Δ_2) và hai đường tiệm cận là một số không đổi.

Câu5: (*2 điểm*)

1) Tính tích phân: $J = \int_0^1 x\left(1-x^2\right)^n dx$

2) Chứng minh rằng: $\frac{1}{2}C_n^1 - \frac{1}{4}C_n^1 + \frac{1}{6}C_n^2 - \frac{1}{8}C_n^3 + \ldots + \frac{(-1)^n}{2+2}C_n^n = \frac{1}{2(n+1)}$

Đề số 86

Câu1: (*2 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = \dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$

2) Tìm giá trị lớn nhất và bé nhất của hàm số: $y = \sin x - \cos^2 x + \dfrac{1}{2}$

<u>Câu2:</u> (*2 điểm*)

1) Giải phương trình lượng giác: 3(cotgx - cosx) - 5(tgx - sinx) = 2

2) Tìm m để bất phương trình:

$\sqrt{(1+2x)(3-x)} > m + \left(2x^2 - 5x + 3\right)$ thoả mãn: $\forall x \in \left[-\dfrac{1}{2};3\right]$

<u>Câu3:</u> (*2 điểm*)

1) Tìm đạo hàm của hàm số: $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{với } x = 0 \\ \dfrac{1 - \cos x}{x} & \text{với } x \neq 0 \end{cases}$

2) Cho $y = \sin^2 5x$. Tìm $y^{(n)}$

<u>Câu4:</u> (*2,5 điểm*)

1) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho ba điểm $H\left(\dfrac{1}{2};0;0\right)$, $K\left(0;\dfrac{1}{2};0\right)$, $I\left(1;1;\dfrac{1}{3}\right)$

a) Viết phương trình giao tuyến của mặt phẳng (HKI) với mặt phẳng: x + z = 0 ở dạng chính tắc.

b) Tính cosin của góc phẳng tạo bởi mặt phẳng (HKI) với mặt toạ độ Oxy.

2) Tính: $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{9}} \left(5^{3x} + \frac{x}{\sin^2(2x+1)} + \frac{1}{\sqrt[5]{4x-1}}\right)dx$

3) Cho tứ diện đều ABCD. Gọi M, N là trung điểm tương ứng của các cạnh AB, CD và CB = a. Tính độ dài MN.

<u>Câu5:</u> (*1,5 điểm*)

1) Tìm: $\lim\limits_{x \to 0} x.\cos\dfrac{1}{x}$

2) Tìm m để hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2 - 1 \le 0 \\ \left(m - x^2\right)(x + m) < 0 \end{cases}$ vô nghiệm.

<u>Đề số 87</u>

<u>Câu1:</u> (*1,5 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số: $y = \dfrac{x^2 + x + 2}{x - 1}$

2) Tìm tất cả các cặp điểm M_1, M_2 ở trên (C) đối xứng nhau qua điểm $I\left(0;\frac{5}{2}\right)$.

Câu2: (*1,5 điểm*)

Cho phương trình: $4\cos^5x.\sin x - 4\sin^5x.\cos x = \sin^2 4x + m$ (1)

1) Biết rằng $x = \pi$ là một nghiệm của (1). Hãy giải phương trình trong trường hợp đó.

2) Cho biết $x = -\frac{\pi}{8}$ là một nghiệm của (1). Hãy tìm tất cả các nghiệm của phương trình (1) thoả mãn: $x^4 - 3x^2 + 2 < 0$

Câu3: (*2 điểm*)

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = m \\ (x+1)y^2 + xy = m(y+2) \end{cases}$

1) Giải hệ khi m = 4

2) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ có nhiều hơn hai nghiệm.

Câu4: (*2 điểm*)

1) Tính: $I = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^4}{x^2 - 1}dx$

2) Đặt $I(t) = \int_0^t \frac{tg^4x}{\cos 2x}dx$ $\left(0 < t < \frac{\pi}{4}\right)$. Tính I(t) và chứng minh bất đẳng thức

$$tg\left(t + \frac{\pi}{4}\right) > e^{\frac{2}{3}\left(tg^3t + 3tgt\right)} \quad \text{với } 0 < t < \frac{\pi}{4}$$

Câu5: (*3 điểm*)

1) Cho parabol (P): $y = \frac{x^2}{2}$ và điểm $A\left(\frac{15}{8};\frac{27}{8}\right)$.

a) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $M_1\left(-1;\frac{1}{2}\right)$ và vuông góc với tiếp tuyến của (P) tại M_1

b) Tìm tất cả các điểm M ở trên (P) sao cho AM vuông góc với tiếp tuyến của (P) tại M.

2) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, SA $\perp$ (ABCD) và có độ dài SA = a. Một mặt phẳng đi qua CD cắt các cạnh SA, SB lần lượt ở M, N. Đặt AM = x.

a) Tứ giác MNCD là hình gì? tính diện tích tứ giác MNCD theo a và x.

b) Xác định giá trị của x để thể tích của hình chóp S.MNCD bằng $\frac{2}{9}$ lần thể tích hình chóp S.ABCD.

Đề số 88

Câu1: (1,5 *điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số: $y = x^3 - 6x^2 + 9x$

2) Tìm tất cả các đường thẳng đi qua điểm A(4; 4) và cắt (C) tại ba điểm phân biệt.

Câu2: (*1,75 điểm*)

Cho phương trình: $\sqrt{x^2 - 2x + m^2} = |x - 1| - m \quad (1)$

1) Giải phương trình (1) với m = 2

2) Giải và biện luận phương trình (1) theo m

Câu3: (*1,75 điểm*)

Cho hàm số: $y_k = \dfrac{2k\cos x + k + 1}{\cos x + \sin x + 2}$

1) Tìm các giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số y_1 ứng với k = 1.

2) Xác định tham số k sao cho giá trị lớn nhất của hàm số y_k là nhỏ nhất.

Câu4: (*2 điểm*)

1) Tính tích phân: $I = \displaystyle\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2}dx$

2) Đặt $J(t) = \displaystyle\int_1^t \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2 dx$ với t > 1

Tính J(t) theo t, từ đó suy ra rằng: $J(t) < 2, \forall t > 1$

Câu5: (*1,5 điểm*)

Cho Parabol (P): $y = x^2 - 2x + 3$ và (D) là đường thẳng cùng phương với đường thẳng y = 2x sao cho (D) cắt (P) tại điểm A và B.

1) Viết phương trình của (D) khi hai tiếp tuyến với (P) tại A và B vuông góc với nhau.

2) Viết phương trình của (D) khi độ dài AB = 10.

Câu6: (*1,5 điểm*)

Cho tứ diện ABCD có AB = CD = 2x và 4 cạnh còn lại đều có độ dài bằng 1.

1) Tính diện tích toàn phần (Tổng diện tích của 4 mặt) theo x.

2) Xác định x để diện tích toàn phần đạt giá trị lớn nhất.

Đề số 89

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = x^3 + mx^2 + 9x + 4$ (1) (*m là tham số*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 1. Khi đó hãy chỉ ra số giao điểm của đồ thị với trục Ox .

2) Tìm điều kiện của tham số m để trên đồ thị của hàm số (1) có một cặp điểm đối xứng với nhau qua gốc toạ độ.

Câu2: (*2,5 điểm*)

1) Cho phương trình: $\cos^3x + \sin^3x = k\sin x\cos x$

a) Giải phương trình với $k = \sqrt{2}$.

b) Với giá trị nào của k thì phương trình có nghiệm?

2) Chứng minh rằng nếu: $\cos B + \cos C = \frac{b+c}{a}$ thì ΔABC vuông.

Thì ΔABC là tam giác đều

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải bất phương trình: $2.14^x + 3.49^x - 4^x \geq 0$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \log_2 x + \log_4 y + \log_4 z = 2 \\ \log_3 y + \log_9 z + \log_9 x = 2 \\ \log_4 z + \log_{16} x + \log_{16} y = 2 \end{cases}$

Câu4: (*3,5 điểm*)

1) Tính đạo hàm cấp n của hàm số: $y = \ln(2x + 1)$

2) Tính tích phân $I = \int_0^{\sqrt{3}} x^5.\sqrt{1+x^2}dx$

3) Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz, Cho hình lập phương $ABCDA_1B_1C_1D_1$ cạnh a có A(0; 0; 0), B(0; a; 0), D(a; 0; 0), $A_1(0; 0; a)$. Các điểm M, N, K lần lượt nằm trên các cạnh AA_1, D_1C_1, CC_1 sao cho $A_1M = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $D_1N = \frac{a\sqrt{2}}{2}$; $CK = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

a) Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm K và song song với đường thẳng MN.

b) Tính độ dài đoạn thẳng thuộc đường thẳng (d) và nằm phía trong hình lập phương.

Đề số 90

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = \dfrac{x^2 + 2mx + 2}{x + 1}$ (*m là tham số*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số với m = 1.

2) Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số có điểm cực đại, cực tiểu. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực đại và cực tiểu. Tìm m để khoảng cách từ hai điểm đó đến đường thẳng x + y + 2 = 0 bằng nhau.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Tìm tất cả các giá trị của tham số a để hệ sau có nghiệm (x; y) thoả mãn điều kiện $x \ge 4$: $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 3 \\ \sqrt{x+5} + \sqrt{y+3} \le a \end{cases}$

2) Giải phương trình: $3^x + 5^x = 6x + 2$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \dfrac{3\cos^4 x + 4\sin^2 x}{3\sin^4 x + 2\cos^2 x}$

2) Cho các số 1, 2, 5, 7, 8. Có bao nhiêu cách lập ra một số gồm ba chữ số khác nhau từ 5 số trên sao cho số tạo thành là một số nhỏ hơn 278.

Câu4: (*3 điểm*)

Cho hai hình chữ nhật ABCD (AC là đường chéo) và ABEF (AE là đường chéo) không cùng nằm trong một mặt phẳng và thoả mãn các điều kiện; AB = a; AD = AF = $a\sqrt{2}$; đường thẳng AC vuông góc với đường thẳng BF. Gọi HK là đường vuông góc chung của AC và BF ($H \in AC$, $K \in BF$)

1) Gọi I là giao điểm của đường thẳng DF với mặt phẳng chứa AC và song song với BF. Tính tỷ số $\dfrac{DI}{DF}$

2) Tính độ dài đoạn HK.

3) Tính bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện ABHK.

Câu5: (*1 điểm*)

Trong khai triển của $\left(\dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{3}x\right)^{10}$ thành đa thức:

$a_0 + a_1x + ... + a_9x^9 + a_{10}x^{10}$ Hãy tìm hệ số a_k lớn nhất ($0 \le k \le 10$

Đề số 91

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = x^3 - 6x^2 + 9x$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

2) a) Từ đồ thị hàm số đã cho hãy suy ra đồ thị của hàm số: $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$

b) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $|x|^3 - 6x^2 + 9|x| - 3 + m = 0$

<u>Câu2:</u> (*2 điểm*)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 + y^3 = 8 \\ x + y + 2xy = 2 \end{cases}$

2) Giải bất phương trình: $\dfrac{2.3^x - 2^{x+2}}{3^x - 2^x} \le 1$

<u>Câu3:</u> (*2 điểm*)

1) Giải phương trình lượng giác: tgx + 2cotg2x = sin2x

2) Tính các góc của ΔABC nếu các góc A, B, C của tam giác đó thoả mãn hệ thức: $\cos 2A + \sqrt{3}(\cos 2B + \cos 2C) + \dfrac{5}{2} = 0$

<u>Câu4:</u> (2,5 *điểm*)

Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' (AA', BB', CC', DD' song song và AC là đường chéo của hình chữ nhật ABCD) có AB = a, AD = 2a, AA' = $a\sqrt{2}$; M là một điểm thuộc đoạn AD, K là trung điểm của B'M.

1) Đặt AM = m (0 ≤ m < 2a). Tính thể tích khối tứ diện A'KID theo a và m, trong đó I là tâm của hình hộp. Tìm vị trí của điểm M để thể tích đó đạt giá trị lớn nhất.

2) Khi M là trung điểm của AD;

a) Hỏi thiết diện của hình hộp cắt bởi mặt phẳng (B'CK) là hình gì? Tính diện tích thiết diện đó theo a.

b) Chứng minh rằng đường thẳng B'M tiếp xúc với mặt cầu đường kính AA'

<u>Câu5:</u> (*1 điểm*)

Tính tích phân: $\int_0^1 x^3\sqrt{1-x^2}\,dx$

<u>Đề số 92</u>

Câu1: (2,5 *điểm*)

1) Cho hàm số: $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho.

b) Xác định điểm $A(x_1; y_1)$ với $x_1 > 1$ thuộc đồ thị của hàm số trên sao cho khoảng cách từ A đến giao điểm của 2 tiệm cận của đồ thị là nhỏ nhất.

2) Tìm tập giá trị của hàm số: $y = \dfrac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$ và các tiệm cận của đồ thị của hàm số đã cho.

Câu2: (2 *điểm*)

1) Tìm tất cả các giá trị của tham số a để bất phương trình:

$a.9^x + (a - 1)3^{x+2} + a - 1 > 0$ nghiệm đúng với $\forall x$

2) Giải và biện luận phương trình: $\log_x a + \log_{ax} a + \log_{a^2x} a = 0$ a là tham số

Câu3: (2 *điểm*)

1) Cho biểu thức P = cosA + cosB + cosC, trong đó A, B, C là ba góc của một tam giác bất kỳ. Chứng minh P đạt giá trị lớn nhất nhưng không đạt giá trị nhỏ nhất.

2) Chứng minh bất đẳng thức: $\displaystyle\int_0^1 \frac{x.\sin x}{1 + x.\sin x}dx \le 1 - \ln 2$

Câu4: (2 *điểm*)

Cho hình chóp S.ABC đỉnh S, đáy là tam giác cân, AB = AC = 3a, BC = 2a. Biết rằng các mặt bên (SAB), (SBC), (SCA) đều hợp với mặt phẳng đáy (ABC) một góc 60^0 Kẻ đường cao SH của hình chóp.

1) Chứng minh rằng H là tâm vòng tròn nội tiếp ΔABC và $SA \perp BC$.

2) Tính thể tích của hình chóp.

Câu5: (1,5 *điểm*)

1) Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành do quay xung quanh trục Oy hình phẳng giới hạn bởi đường tròn $(x - a)^2 + y^2 = b^2$ với $0 < b < a$.

2) Tính tổng của tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau đôi một được thành lập từ 6 chữ số 1, 3, 4, 5, 7, 8.

Đề số 93

Câu1: (*2,5 điểm*)

1) Số đo ba góc của ΔABC lập thành một cấp số cộng và thoả mãn đẳng thức:

$$\sin A + \sin B + \sin C = \frac{3+\sqrt{3}}{2}$$

a) Tính các góc A, B, C.

b) Biết nửa chu vi tam giác bằng 50 (đơn vị dài). Tính các cạnh của tam giác.

2) Giải phương trình: $|\cot gx| = tgx + \dfrac{1}{\sin x}$

Câu2: (*2 điểm*)

Cho bất phương trình: $mx - \sqrt{x-3} \le m + 1$

1) Giải bất phương trình với $m = \dfrac{1}{2}$.

2) Với giá trị nào của m thì bất phương trình có nghiệm.

Câu3: (*2 điểm*)

1) Với giá trị nào của m thì phương trình: $\dfrac{1}{2^{|x-1|}} = 3m - 2$ cớ nghiệm duy nhất.

2) Cho các số x_1, x_2, y_1, y_2, z_1, z_2 thoả mãn các điều kiện:

$$x_1x_2 > 0 \qquad x_1z_1 \ge y_1^2 \qquad x_2z_2 \ge y_2^2$$

Chứng minh rằng: $(x_1 + x_2)(z_1 + z_2) \ge (y_1 + y_2)^2$

Câu4: (*1,5 điểm*)

Tính: $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cos x}{\sqrt{a^2\cos^2 x + b^2\sin^2 x}}dx \quad (a,b \ne 0)$

Câu5: (*2 điểm*)

Cho hình vuông ABCD cạnh a trong mặt phẳng (P). Hai điểm M, N di động trên cạnh CB và CD, đặt CM = x, CN = y. Trên đường thẳng At vuông góc với (P), lấy điểm S. Tìm liên hệ giữa x và y để:

1) Các mặt phẳng (SAM) và (SAN) tạo với nhau góc 45^0.

2) Các mặt phẳng (SAM) và (SMN) vuông góc với nhau.

Đề số 94

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số với m = 0.

2) Tìm tất cả các giá trị của hàm số để hàm số nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng1.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + y + xy = 11 \\ x^2 + y^2 + 3(x + y) = 28 \end{cases}$

2) Giải phương trình: $8.3^x + 3.2^x = 24 + 6^x$

Câu3: (*3 điểm*)

1) Giải phương trình: 1 + 3tgx = 2sin2x

2) Với A, B, C là 3 góc của một tam giác, chứng minh rằng:

$$\frac{\sin A + \sin B - \sin C}{\cos A + \cos B - \cos C + 1} = tg\frac{A}{2}tg\frac{B}{2}\cot g\frac{C}{2}$$

3) Với a, b, c là ba số thực dương thoả mãn đẳng thức: ab + bc + ca = abc.

Chứng minh rằng: $\frac{\sqrt{b^2 + 2a^2}}{ab} + \frac{\sqrt{c^2 + 2b^2}}{bc} + \frac{\sqrt{a^2 + 2c^2}}{ca} \geq \sqrt{3}$

Câu4: (*2 điểm*)

Cho một lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác cân đỉnh A, góc ABC = α, BC' hợp với đáy (ABC) góc β. Gọi I là trung điểm của AA'. Biết góc BIC là góc vuông

1) Chứng minh rằng ΔBCI vuông cân.

2) Chứng minh rằng: $tg^2\alpha + tg^2\beta = 1$

Câu5: (*1 điểm*)

Tìm họ nguyên hàm của hàm số f(x) = $\frac{1}{\cos x \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}$

Đề số 95

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

2) Tìm tất cả những điểm M trên đồ thị sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận là nhỏ nhất.

Câu2: (*2 điểm*)

Cho $f(x) = (m-1)6^x - \dfrac{2}{6^x} + 2m + 1$

1) Giải bất phương trình $f(x) \ge 0$ với $m = \dfrac{2}{3}$.

2) Tìm m để: $\left(x - 6^{1-x}\right)f(x) \ge 0$ với $\forall x \in [0; 1]$.

Câu3: (*1,5 điểm*)

1) Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^4 x dx$

2) Tính tích phân: $J = \int_0^1 e^x \sin^2(\pi x) dx$

Câu4: (*2,5 điểm*)

1) Có bao nhiêu số chẵn gồn 6 chữ số khác nhau đôi một trong đó chữ số đầu tiên là chữ số lẻ?

2) Có bao nhiêu số gồm 6 chữ số khác nhau đôi một trong đó có đúng 3 chữ số lẻ và 3 chữ số chẵn?

3) Trên mặt phẳng cho thập giác lồi (hình 10 cạnh lồi) $A_1A_2...A_{10}$.

a) Hỏi có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của các tam giác này là các đỉnh của thập giác lồi trên.

b) Hỏi trong số các tam giác trên có bao nhiêu tam giác mà cả ba cạnh của nó đều không phải là cạnh của thập giác.

Câu5: (*2 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho điểm I(1; 1; 1) và đường thẳng (D) có phương trình: $\begin{cases} x - 2y + z - 9 = 0 \\ 2y + z + 5 = 0 \end{cases}$

1) Xác định toạ độ hình chiếu vuông góc H của I lên đường thẳng (D).

2) Viết phương trình mặt cầu (C) có tâm tại I và cắt đường thẳng (D) tại hai điểm A, B sao cho AB = 16.

Đề số 96

Câu1: (*2,25 điểm*)

Cho phương trình: $x^4 - 4x^3 + 8x$

1) Giải phương trình với k = 5.

2) Tìm k để phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

Câu2: (*2 điểm*)

Biết rằng a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác và S là diện tích tam giác đó, hãy xác định dạng của tam giác nếu:

1) $S = \frac{1}{4}(a + b - c)(a - b + c)$

2) $S = \frac{\sqrt{3}}{36}(a + b + c)^2$

Câu3: (*2,25 điểm*)

Cho hàm số: $y = \frac{2x + 1}{x + 2}$

1) Chứng minh rằng đường thẳng y = -x + m luôn cắt đồ thị tại hai điểm phân biệt A và B. Tìm m để đoạn AB ngắn nhất.

2) Tìm t sao cho phương trình: $\frac{2\sin x + 1}{\sin x + 2} = t$ có đúng hai nghiệm thoả mãn điều kiện: $0 \le x \le \pi$.

Câu4: (*3,5 điểm*)

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' với độ dài cạnh bằng 1. Điểm M chạy trên cạnh AA', điểm N chạy trên cạnh BC sao cho AM = BN = h với 0 < h < 1.

1) Chứng minh rằng khi h thay đổi, MN luôn cắt và vuông góc với một đường thẳng cố định.

2) Gọi T là trung điểm cạnh C'D'. Hãy dựng thiết diện tạo với mặt phẳng (MNT) cắt hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Chứng minh rằng mặt phẳng đó chia hình lập phương ra hai phần có thể tích bằng nhau.

3) Tìm h để thiết diện có chu vi ngắn nhất.

Đề số 97

Câu1: (*2,5 điểm*)

1) Giải và biện luận hệ phương trình: $\begin{cases}(a+b)x+(a-b)y=a\\(2a-b)x+(2a+b)y=b\end{cases}$

2) Giải và biện luận phương trình: $\sqrt{x^2-2m}+2\sqrt{x^2-1}=x$

Câu2: (*2,5 điểm*)

1) Giải phương trình: $\dfrac{1}{\cos x}+\dfrac{1}{\sin 2x}=\dfrac{2}{\sin 4x}$

2) Xác định a để hệ phương trình sau đây có nghiệm duy nhất:

$$\begin{cases}2^{|x|}+|x|=y+x^2+a\\x^2+y^2=1\end{cases}$$

Câu3: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = x^4 + 4mx^3 + 3(m + 1)x^2 + 1$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số ứng với m = 0.

2) Với những giá trị nào của m thì hàm số chỉ có cực tiểu và không có cực đại?

Câu4: (*1,5 điểm*)

Cho phương trình: $x^2 + (2a - 6)x + a - 13 = 0$ với $1 \le a <+\infty$

Tìm a để nghiệm lớn của phương trình nhận giá trị lớn nhất.

Câu5: (*1,5 điểm*)

Xét hình có diện tích chắn bởi Parabol $y = x^2$ và đường thẳng có hệ số góc k, đi qua điểm trong $A(x_0; y_0)$ của Parabol (tức là điểm A với tọa độ thoả mãn điều kiện $y_0 > x_0^2$). Xác định k để diện tích ấy nhỏ nhất.

Đề số 98

Câu1: (*3 điểm*)

Cho hàm số: $y = 2x^3 + 3(m - 1)x^2 + 6(m - 2)x - 1$ (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi m = 2.

2) Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm A(0; -1) và tiếp xúc với đồ thị của hàm số (1).

3) Với những giá trị nào của m thì hàm số (1) có cực đại, cực tiểu và đường thẳng đi qua các điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị song song với đường thẳng y = kx (k cho trước)? Biện luận theo k số giá trị của m.

Câu2: (*1 điểm*)

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sin x + \sin y = \sqrt{2} \\ \cos x + \cos y = \sqrt{2} \end{cases}$

Câu3: (*3 điểm*)

1) Xác định m để mọi nghiệm của bất phương trình: $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{x}} + 3\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}+1} > 12$ cũng là nghiệm của bất phương trình: $(m-2)^2x^2 - 3(m-6)x - (m+1) < 0$

2) x, y là hai số thay đổi luôn luôn thoả mãn điều kiện: $x^2 + y^2 = 1$

Xác định các giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của biểu thức:

$$A = x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x}$$

Câu4: (*1,75 điểm*)

Tính: $I(a) = \int_0^1 x|x-a|dx$

với a là tham số. Sau đó vẽ đồ thị hàm I(a) của đối số a.

Câu5: (*1,25 điểm*)

Chứng minh rằng tích các khoảng cách từ một điểm bất kỳ của Hypebol $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ đến các tiệm cận của nó là một số không đổi.

Đề số 99

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: y = $-x^4 + 2x^2 + 3$ có đồ thị (C).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

2) Dựa vào đồ thị (C). hãy xác định các giá trị của m để phương trình: $x^4 - 2x^2 + m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.

Câu2: (*3 điểm*)

1)Tìm giá trị lớn nhất của hàm số: f(x) = $\frac{x}{2}+\sin^2 x$ trên $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x-y=\sin x-\sin y \\ \cos 2x-3\sin y+1=0 \end{cases}$

3) Giải phương trình: 3cosx + cos2x - cos3x + 1 = 2sinxsin2x

Câu3: (*2 điểm*)

1) Tính giới hạn: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{x^2+x+1}-\sqrt[3]{x^3+1}}{x}$

2) Tính tích phân: I = $\int_0^1 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+x+1}}$

Câu4: (*2 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcác vuông góc Oxy cho các điểm A(2; 1) B(0; 1) C(3; 5) D(-3; -1). Tính toạ độ các đỉnh hình vuông có hai cạnh song song đi qua A và C, hai cạnh song song còn lại đi qua B và D, biết rằng tọa độ các đỉnh hình vuông đều dương.

2) Cho hình chóp SABCD, đáy ABCD là hình vuông cạnh a, SA ⊥ (ABCD) và SA = 2a. Tính khoảng cách giữa hai đường chéo nhau BD và SC theo a.

Bài5: (*1 điểm*)

Tìm a để hệ sau có nghiệm: $\begin{cases} x + y \le 2 \\ x + y + \sqrt{2x(y-1)+a} = 2 \end{cases}$

Đề số 100

Câu1: (*2,5 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số: $y = \dfrac{x^2 + 4x + 3}{x + 2}$

2) Tìm k để đường thẳng y = kx + 1 cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B.

3) Tìm quỹ tích trung điểm I của đoạn AB khi k thay đổi.

Câu2: (*2,5 điểm*)

1) Giải và biện luận theo m hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + \sqrt{y-1} = m \\ 2y + \sqrt{x-1} = m \end{cases}$

2) Trong các nghiệm (x, y) của bất phương trình: $\log_{x^2+y^2}(x+y) \ge 1$. Hãy tìm nghiệm có tổng x + 2y lớn nhất.

Câu3: (*1 điểm*)

Tìm k để giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \dfrac{k\sin x + 1}{\cos x + 2}$ nhỏ hơn -1

Câu4: (*3 điểm*)

1) Chứng minh rằng tích các khoảng cách từ các tiêu điểm tới một tiếp tuyến bất kỳ của một elíp bằng bình phương độ dài nửa trục nhỏ của elíp.

2) Cho ΔABC đều cạnh a. Trên đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại A lấy điểm M. Gọi H là trực tâm của ΔABC, O là trực tâm của ΔBCM.

a) CM: MC ⊥ (BOM), OH ⊥ (BCM)

b) Đường thẳng OH cắt d tại N. Chứng minh rằng tứ diện BCMN có các cặp cạnh đối diện vuông góc với nhau.

Câu5: (*1 điểm*)

Cho hàm số: $f(x) = x^2 + bx + 1$ với $b \in \left(3;\frac{7}{2}\right)$. Giải bất phương trình:

$f[f(x)] > x$

Đề số 101

Câu1: (*2 điểm*)

1) Chứng minh rằng nếu đồ thị của hàm số: $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ cắt trục hoành tại 3 điểm cách đều nhau, thì điểm uốn nằm trên trục hoành.

2) Cho hàm số: $y = x^3 - 3mx^2 + 2x(m - 4)x + 9m^2 - m$

Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm cách đều nhau.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} bx - y = ac^2 \\ (b-6)x + 2by = c + 1 \end{cases}$

Tìm a sao cho tồn tại c để hệ có nghiệm với $\forall$b.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2^{3x+1} + 2^{y-2} = 3.2^{y+3x} \\ \sqrt{3x^2 + 1 + xy} = \sqrt{x+1} \end{cases}$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\cos 3x\cos^3 x - \sin 3x\sin^3 x = \cos^3 4x + \frac{1}{4}$

2) Cho ΔABC. Chứng minh rằng: $\cos A\cos B\cos C \le \frac{1}{8}$. Dấu "=" xảy ra khi nào?

Câu4: (*2 điểm*)

1) Tìm họ nguyên hàm: $I = \int \frac{x^2 - 1}{(x^2 + 5x + 1)(x^2 - 3x + 1)}dx$

2) Trên mặt phẳng cho thập giác lồi (hình 10 cạnh lồi) $A_1A_2...A_{10}$.

a) Hỏi có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của các tam giác này là các đỉnh của thập giác lồi trên.

b) Hỏi trong số các tam giác trên có bao nhiêu tam giác mà cả ba cạnh của nó đều không phải là cạnh của thập giác.

Câu5: (*2 điểm*)

1) Lập phương trình các cạnh ΔABC nếu cho B(-4; -5) và hai đường cao có phương trình: (d_1): $5x + 3y - 4 = 0$ và (d_2): $3x + 8y + 13 = 0$

2) Cho mặt phẳng (P) và đường thẳng (d) có phương trình:

$$(P): 2x + y + z - 1 = 0 \qquad (d): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$$

Viết phương trình của đường thẳng qua giao điểm của (P) và (d), vuông góc với (d) và nằm trong (P).

Đề số 102

Câu1: (*3 điểm*)

Cho hàm số: $y = -x^4 + 2mx^2 - 2m + 1$ (C_m)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi m = 1.

2) CMR: (C_m) luôn đi qua hai điểm cố định A, B với $\forall m$.

3) Tìm m để các tiếp tuyến với (C_m) tại A, B vuông góc với nhau.

4) Xác định m đồ thị hàm số (C_m) cắt trục hoành tại bốn điểm lập thành cấp số cộng.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải và biện luận phương trình: $(x-2)^{x^2+2x} = |x-2|^a$ (*a là tham số*)

2) Giải bất phương trình: $\dfrac{1-\sqrt{1-4x^2}}{x} < 3$

Câu3: (*1 điểm*)

Cho bất phương trình: $x^2 + 2x(\cos y + \sin y) + 1 \geq 0$

Tìm x để bất phương trình được nghiệm đúng với $\forall y$.

Câu4: (*1,5 điểm*)

1) Tính tích phân: $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-\sin 2x}\,dx$

2) Tính giới hạn: $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{x^2+x+1} - \sqrt[3]{x^3+1}}{x}$

Câu5: (*2,5 điểm*)

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Hai điểm M, N chuyển động trên hai đoạn thẳng BD và B'A tương ứng sao cho BM = B'N = t. Gọi α và β lần lượt là các góc tạo bởi đường thẳng MN với các đường thẳng BD và B'A.

1) Tính độ dài đoạn MN theo a và t. Tìm t để độ dài MN đạt giá trị nhỏ nhất.

2) Tính α và β khi độ dài đoạn MN đạt giá trị nhỏ nhất.

3) Trong trường hợp tổng quát, Chứng minh hệ thức: $\cos^2\alpha + \cos^2\beta = \frac{1}{2}$

Đề số 103

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = \frac{mx + m - 1}{x + m - 1}$ (C_m)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số với m = 2.

2) Tìm M ∈ (C) để tổng khoảng cách từ M đến 2 tiệm cận là nhỏ nhất.

3) CMR: ∀m ≠ 1, đồ thị (C_m) luôn tiếp xúc với 1 đường thẳng cố định.

Câu2: (*1,75 điểm*)

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x + xy + y = m + 2 \\ x^2y + xy^2 = m + 1 \end{cases}$

1) Giải hệ phương trình với m = -3

2) Xác định m để hệ có nghiệm duy nhất.

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $48 - \frac{1}{\cos^4 x} - \frac{2}{\sin^2 x}\left(1 + \cot g2x.\cot gx\right) = 0$

2) Chứng minh rằng, không tồn tại tam giác mà cả ba góc trong của nó đều là nghiệm của phương trình: $(4\cos x - 1)\left(7\sin^2 x - \frac{1}{2}\sin 2x - 6\right) = 0$

Câu4: (*1,75 điểm*)

1) Tính tích phân: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln\frac{(1 + \sin x)^{1+\cos x}}{1 + \cos x}dx$

2) Tính tích phân: $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x\sin x}{\cos^2 x}dx$

Câu5: (*2 điểm*)

1) Lập phương trình các cạnh của ΔABC biết đỉnh C(4; -1) đường cao và đường trung tuyến kẻ từ một đỉnh có phương trình tương ứng là (d_1): 2x - 3y + 12 = 0 và (d_2): 2x + 3y = 0

2) Cho hai điểm A(1; 2; -1), B(7; -2; 3) và đường thẳng (d) có phương trình:

$$(d): \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{2}$$

a) Chứng minh rằng đường thẳng (d) và đường thẳng AB cùng nằm trong một mặt phẳng.

b) Tìm điểm I $\in$ (d) sao cho AI + BI nhỏ nhất.

Đề số 104

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = \frac{2x^2 + (a+1)x - 3}{x + a}$ (C_m)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số với a = 2.

2) Tìm a để tiệm cận xiên của đồ thị (C_m) tiếp xúc parabol $y = x^2 + 5$.

3) Tìm quỹ tích giao điểm của tiệm cận xiên và tiệm cận đứng của (C_m).

Câu2: (*1,75 điểm*)

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 8 \\ x + 2y = m \end{cases}$

1) Giải hệ phương trình với m = 4.

2) Giải và biện luận hệ phương trình theo tham số m.

Câu3: (*1,75 điểm*)

1) Giải phương trình: $\cos x + \frac{1}{\cos x} + \sin x + \frac{1}{\sin x} = \frac{10}{3}$

2) Chứng minh bất đẳng thức: $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n < n$ với $\forall n \in \mathbf{N}, n > 2$

Câu4: (*1,5 điểm*)

1) Cho n là một số nguyên dương cố định. Chứng minh rằng C_n^k lớn nhất nếu k là số tự nhiên không vượt quá $\frac{n+1}{2}$.

2) CMR: $C_{2005}^{0}+3^{2}C_{2005}^{2}+3^{4}C_{2005}^{4}+...+3^{2004}C_{2005}^{2004}=2^{2004}\left(2^{2005}-1\right)$

Câu5: (*2,5 điểm*)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ trực chuẩn Oxy cho parabol (P): $y^2 = 8x$

1) Tìm toạ độ tiêu điểm và phương trình đường chuẩn của parabol.

2) Qua tiêu điểm kẻ đường thẳng bất kỳ cắt parabol tại hai điểm A và B. Chứng minh rằng các tiếp tuyến với parabol tại A và B vuông góc với nhau.

3) Tìm quỹ tích các điểm M mà từ đó có thể kẻ được hai tiếp tuyến với parabol, sao cho chúng vuông góc với nhau.

Đề số 105

Câu1: (*2 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y=\dfrac{x^2-5x+5}{x-1}$ (C)

2) Từ (C) suy ra đồ thị $y=\dfrac{\left|x^2-5x+5\right|}{x-1}$. Biện luận theo m số nghiệm phương trình: $\left|4^t-5.2^t+5\right|=m\left(2^t-1\right)$

Câu2: (*2,5 điểm*)

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x\left(3-4y^2\right)=m\left(3-4m^2\right) \\ y\left(3-4x^2\right)=m\left(3-4m^2\right) \end{cases}$

1) Giải hệ phương trình với m = 1.

2) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm.

3) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

Câu3: (*1,75 điểm*)

1) ΔABC có đặc điểm gì nếu: $\dfrac{a^2-b^2}{a^2+b^2}=\dfrac{\sin(A-B)}{\sin(A+B)}$

2) Giải phương trình: $\dfrac{2}{\sin^2 x}+2tg^2x+5tgx+5\cot gx+4=0$

Câu4: (*1,75 điểm*)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2A_x^y+5C_x^y=90 \\ 5A_x^y-2C_x^y=80 \end{cases}$

(ở đây A_n^k, C_n^k lần lượt là số chỉnh hợp và tổ hợp chập k của n phần tử)

2) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các dường có phương trình:

$$y = -\sqrt{4-x^2} \text{ và } x^2 + 3y = 0$$

<u>Câu5:</u> (*2 điểm*) Cho hai đường thẳng (d_1) và (d_2) có phương trình:

(d_1): $kx - y + k = 0$ (d_2): $(1 - k)x + 2ky - (1 + k) = 0$

1) Chứng minh rằng khi k thay đổi (d_1) luôn đi qua một điểm cố định.

2) Với mỗi giá trị của k, hãy xác định giao điểm của (d_1) và (d_2).

3) Tìm quỹ tích của giao điểm đó khi k thay đổi.

<u>Đề số 106</u>

<u>Câu1:</u> (2,5 điểm)

Cho hàm số: $y = \dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

2) A là điểm trên đồ thị có hoành độ a. Viết phương trình tiếp tuyến t_a của đồ thị tại điểm A.

3) Xác định a để t_a đi qua điểm (1; 0). Chứng minh rằng có hai giá trị của a thoả mãn điều kiện của Câu toán, và hai tiếp tuyến tương ứng vuông góc với nhau.

<u>Câu2:</u> (*2 điểm*)

1) Cho ΔABC là một tam giác bất kỳ. CMR với ∀x ta đều có:

$$1 + \frac{1}{2}x^2 \ge \cos A + x(\cos B + \cos C)$$

2) Giải và biện luận phương trình: $\sqrt{x-a} + \sqrt{x+a} = a$

<u>Câu3:</u> (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\log_3\left(\sin\frac{x}{2} - \sin x\right) + \log_{\frac{1}{3}}\left(\sin\frac{x}{2} + \cos 2x\right) = 0$

2) Chứng minh rằng với mọi ΔABC ta có: $S = \frac{1}{4}\left(a^2\sin 2B + b^2\sin 2A\right)$

<u>Câu4:</u> (*1 điểm*)

Tính tích phân: $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{5\cos x - 4\sin x}{(\cos x + \sin x)^3}dx$

<u>Câu5:</u> (*2,5 điểm*)

Trong mặt phẳng (P) cho ΔABC đều cạnh a. Trên các đường thẳng vuông góc với (P) tại B và C lần lượt lấy các điểm D và E nằm về cùng một phía đối với (P) sao cho BD = $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, CE = $a\sqrt{3}$.

1) Tính độ dài các cạnh AD, AE, DE của ΔADE.

2) Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình tứ diện ABCE.

3) Gọi M là giao điểm của các đường thẳng ED và BC. Chứng minh đường thẳng AM vuông góc với mặt phẳng (ACE). Tính số đo góc giữa hai mặt phẳng (ADE) và (ABC).

Đề số 107

Câu1: (*3 điểm*)

Cho hàm số: $y = \frac{mx^2 + (2-4m)x + 4m - 1}{x-1}$

1) Xác định m để hàm số có 2 cực trị trong miền x > 0.

2) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C_1) của hàm số khi m = 1.

3) Viết phương trình tiếp tuyến của (C_1) // (d): y = -x.

4) Dựa vào đồ thị (C_1) biện luận số nghiệm của phương trình: $2x - 1 + \frac{2}{x-1} = a$.

Câu2: (*1,5 điểm*)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + 2xy + 3y^2 = 9 \\ 2x^2 + 2xy + y^2 = 2 \end{cases}$

2) Tìm a để hệ phương trình sau có nghiệm với ∀x: $\begin{cases} (x^2+1)^a + (b^2+1)^y = 2 \\ a + bxy + x^2y = 1 \end{cases}$

Câu3: (*2 điểm*)

Cho phương trình: $2\cos 2x + \sin^2 x\cos x + \sin x\cos^2 x = m(\sin x + \cos x)$

1) Giải phương trình khi m = 2.

2) Tìm m để phương trình có ít nhất một nghiệm thuộc $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Câu4: (*1,5 điểm*)

1) Tính tích phân: $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{6^x + 1} dx$

2) Có 6 học sinh nữ xếp theo một hàng dọc để đi vào lớp. Hỏi có bao nhiêu cách xếp để có đúng 2 học sinh nam đứng xen kẽ 3 học sinh nữ. (Khi đổi chỗ hai học sinh bất kỳ cho nhau ta được một cách xếp mới).

Câu5: (*2 điểm*)

1) Cho ΔABC biết A(2; -1) và hai đường phân giác của góc B, C có phương trình (d_B): x - 2y + 1 = 0 và (d_C): x + y + 3 = 0. Lập phương trình cạnh BC.

2) Lập phương trình đường thẳng qua điểm A(0; 1; 1) vuông góc với đường thẳng: (d_1): $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$ và cắt đường thẳng (d_2): $\begin{cases} x + y - z + 2 = 0 \\ x + 1 = 0 \end{cases}$

Đề số 108

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = x^4 - (m^2 + 10)x^2 + 9$ (C_m)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số với m = 0.

2) CMR: $\forall m \neq 0$ (C_m) cắt Ox tại 4 điểm phân biệt. CMR: trong số các giao điểm đó có 2 điểm $\in$ (-3; 3) và 2 điểm $\notin$ (-3; 3).

Câu2: (*1,75 điểm*)

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x + y + x^2 + y^2 = 8 \\ xy(x+1)(y+1) = m \end{cases}$

1) Giải hệ phương trình với m = 12.

2) Xác định m để hệ có nghiệm.

Câu3: (*2,25 điểm*)

1) Giải phương trình lượng giác: sin2x - cos2x = 3sinx + cosx - 2

2) Giải phương trình: $\log_{x^2}(2+x) + \log_{\sqrt{2+x}} x = 2$

3) Cho các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Có thể lập được bao nhiêu số gồm 10 chữ số được chọn từ 8 chữ số trên, trong đó chữ số 6 có mặt đúng 3 lần, các chữ số khác có mặt đúng một lần.

Câu4: (*1,5 điểm*) Tính các tích phân sau:

1) $I = \int_{-1}^{1} \frac{dx}{\left(1+x^2\right)^2}$ 2) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}dx$

Câu5: (*2,5 điểm*)

1) Cho tam giác vuông cân ABC có AB = AC = a. M là trung điểm của BC. Trên mặt phẳng (ABC) về cùng một phía, lấy tia Ax ⊥ (ABC), My ⊥ (ABC), lấy tương ứng các điểm N và I (N ∈ Ax, I ∈ My) sao cho 2MI = NA = a. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ A xuống NB. Chứng minh rằng AH vuông góc với NI.

2) Cho hình chóp S.ABC đỉnh S có SA = SB = SC và cạnh đáy đều bằng a, đường cao hình chóp SH = h.

a) Xác định thiết diện tạo bởi hình chóp và mặt phẳng (P) qua cạnh đáy BC và vuông góc với cạnh bên SA.

b) Nếu tỷ số $\frac{h}{a} = \sqrt{3}$ thì mặt phẳng (P) chia thể tích hình chóp đã cho theo tỷ số nào

Đề số 109

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = x^4 - ax^3 - (2a + 1)x^2 + ax + 1$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi a = 0.

2) Tìm điểm A thuộc trục tung sao cho qua A có thể kẻ được ba tiếp tuyến với đồ thị ở phần 1.

3) Xác định a sao cho phương trình: $x^4 - ax^3 - (2a + 1)x^2 + ax + 1 = 0$ có hai nghiệm khác nhau và lớn hơn 1.

Câu2: (*2 điểm*)

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx + 4y = m^2 + 4 \\ x + (m+3)y = 2m + 3 \end{cases}$

1) Với các giá trị nào của m thì hệ có nghiệm duy nhất (x, y) thoả mãn x ≥ y.

2) Với các giá trị của m đã tìm được, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của tổng x + y.

Câu3: (*2 điểm*)

1) Tìm các nghiệm $x \in (0; \pi)$ của phương trình: $\frac{\sin 3x - \sin x}{\sqrt{1-\cos 2x}} = \sin 2x + \cos 2x$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2\log_2 x - 3^y = 15 \\ 3^y \log_2 x = 3^{y+1} + 2\log_2 x \end{cases}$

<u>Câu4:</u> (*1,5 điểm*)

Tính các tích phân sau:

1) $I = \int_1^{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} \frac{x^2+1}{x^4 - x^2 + 1}dx$ 2) $J = \int_1^{10} x\lg^2 x dx$

<u>Câu5:</u> (*2 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz Cho đường thẳng (d) có phương trình là: $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2z - y = 0 \end{cases}$ và 3 điểm A(2; 0; 0), B(2; -1; 0), C(1; 0; 1)

1) Tìm trên đường thẳng (d) điểm S sao cho: SA + SB + SC đạt giá trị nhỏ nhất.

2) Tính thể tích hình chóp OABC.

Đề số 110

<u>Câu1:</u> (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = x^2(m - x) - m$ (1)

1) Chứng minh rằng đường thẳng: y = kx + k + 1 luôn luôn cắt đường cong (1) tại một điểm cố định.

2) Tìm k theo m để đường thẳng cắt đường cong (1) tại ba điểm phân biệt.

3) Tìm m để hàm số (1) đồng biến trong khoảng 1 < x < 2.

<u>Câu2:</u> (*2 điểm*)

1) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} ax^2 + a - 1 = y - |\sin x| \\ tg^2x + y^2 = 1 \end{cases}$.

Tìm a để hệ phương trình có nghiệm duy nhất

2) Giải bất phương trình: $\sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{x^2 - 4x + 3} \geq 2\sqrt{x^2 - 5x + 4}$

<u>Câu3:</u> (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\sin^2x + \sin^2 3x - 3\cos^2 2x = 0$

2) Cho a, b lần lượt là các cạnh đối diện với các góc A, B của ΔABC. Xác định dạng của ΔABC nếu có: $(a^2 + b^2)\sin(A - B) = (a^2 - b^2)\sin(A + B)$.

<u>Câu4:</u> (*1,5 điểm*)

1) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường parabol: $y = 4x - x^2$ với các đường tiếp tuyến với parabol này, biết rằng các tiếp tuyến đó đi qua điểm $M\left(\frac{5}{2};6\right)$.

2) Tìm: $L = \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{5-x}-\sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1}$

<u>Câu5:</u> (*2 điểm*)

1) Lập phương trình đường thẳng qua P(2; -1) sao cho đường thẳng đó cùng với hai đường thẳng (d_1): $2x - y + 5 = 0$ và (d_2): $3x + 6y - 1 = 0$ tạo ra một tam giác cân có đỉnh là giao điểm của hai đường thẳng (d_1) và (d_2).

2) Tìm tập hợp các điểm trong không gian cách đều ba điểm A(1; 1; 1), B(-1; 2; 0) C(2; -3; 2).

<u>Đề số 111</u>

<u>Câu1:</u> (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = \dfrac{2mx + m^2 + 2m}{2(x+m)}$ (C_m)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi m = 1.

2) Chứng minh rằng (C_m) không có cực trị.

3) Tìm trên Oxy các điểm có đúng 1 đường của họ (C_m) đi qua.

<u>Câu2:</u> (*2 điểm*)

1) Tìm m để hệ sau có nghiệm duy nhất: $\begin{cases} x^2 - 3(m+3)x + m^2 + 6m + 5 = 0 \\ x^4 - 10x^2 + 9 < 0 \end{cases}$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 9^{\log_2(xy)} - 3 = 2(xy)^{\log_2 3} \\ (x+1)^2 + (y+1)^2 = 1 \end{cases}$

<u>Câu3:</u> (*1,5 điểm*)

1) Giải phương trình: 2cosx - $|\sin x|$ = 1

2) Chứng minh rằng: $2\sqrt{a}+3\sqrt[3]{b}+4\sqrt[4]{c}\ge 9\sqrt[9]{abc}$

Câu4: (*2 điểm*)

1) Tính tích phân: $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\frac{\sin 4x}{\sin^6 x+\cos^6 x}\right)dx$

2) Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 thiết lập tất cả bao nhiêu các số có chín chữ số khác nhau? Hỏi trong các số đã thiết lập được có bao nhiêu số mà chữ số 9 đúng ở vị trí chính giữa?

Câu5: (*2 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho ba điểm I(0; 1; 2), A(1; 2; 3), B(0; 1; 3).

1) Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I qua điểm A. Viết phương trình của mặt phẳng (P) qua điểm B có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ = (1; 1; 1)

2) Chứng minh rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo một đường tròn (C).

3) Tìm tâm và bán kính của (C).

Đề số 112

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = \frac{x^2+5x+15}{x+3}$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

2) Tìm điểm thuộc đồ thị sao cho toạ độ của các điểm đó là các số nguyên.

3) Tìm điểm M thuộc đồ thị sao cho khoảng cách từ M tới trục hoành gấp hai lần khoảng cách từ M tới trục tung.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Cho hàm số: $y = \frac{\sqrt{(m-1)x+m}}{\log_a(mx+2)}$ $(0<a\neq 1)$

a) Tìm miền xác định của hàm số khi m = 2.

b) Tìm m để hàm số xác định với $\forall x \ge 1$.

2) Giải bất phương trình: $\sqrt{x+3}\ge\sqrt{2x-8}+\sqrt{7-x}$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Cho ΔABC có: $\cos\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{a+c}{2c}}$ Chứng minh rằng ΔABC vuông

2) Chứng minh đẳng thức: $\frac{1^2}{1.3} + \frac{2^2}{3.5} + \frac{3^2}{5.7} + ... + \frac{n^2}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)}$

áp dụng CMR: $\frac{1^2}{1.3} + \frac{2^2}{3.5} + \frac{3^2}{5.7} + ... + \frac{1002^2}{2003.2005} > 250$

Câu4: (*2 điểm*)

Cho $I_n = \int_0^1 \frac{e^{-2nx}}{1+e^{2x}}dx$ với n = 0, 1, 2, ...

1) Tính I_0

2) Tính $I_n + I_{n+1}$

Câu5: (*2 điểm*)

Trong mặt phẳng (P) cho một hình vuông ABCD có cạnh bằng a. S là một điểm bất kỳ nằm trên đường thẳng At vuông góc với mặt phẳng (P) tại A.

1) Tính theo a thể tích hình cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD khi SA = 2a.

2) M, N lần lượt là hai điểm di động trên các cạnh CB, CD ($M \in CB$, $N \in CD$) và đặt CM = m, CN = n. Tìm một biểu thức liên hệ giữa m, và n để các mặt phẳng (SAM) và (SAN) tạo với nhau một góc 45^0.

Đề số 113

Câu1: (*2,5 điểm*)

1) Tìm m để (C): $y = \frac{x^2+2mx-m}{x+m}$ có cực trị.

2) Vẽ đồ thị khi m = 1, từ đó suy ra đồ thị $y = \frac{x^2+2|x|-1}{|x|+1}$ và biện luận số nghiệm phương trình: $\frac{x^2+2|x|-1}{|x|+1} = a$.

3) Tìm m để hàm số ở phần 1) đồng biến trên $(1; +\infty)$

Câu2: (*1,75 điểm*)

1) Cho phương trình: $x^2 - (2\cos\alpha - 3)x + 7\cos^2\alpha - 3\cos\alpha - \frac{9}{4} = 0$

Với giá trị nào của α thì phương trình có nghiệm kép

2) Giải phương trình: $4^{x^2-3x+2} + 4^{x^2+6x+5} = 4^{2x^2+3x+7} + 1$

<u>Câu3:</u> (*1,75 điểm*)

1) Chứng minh rằng với 5 số a, b, c, d, e bất kỳ, bao giờ ta cũng có:

$a^2 + b^2 + c^2 + e^2 \geq a(b + c + d + e)$

2) Cho $a \leq 6$, $b \leq -8$, $c \leq 3$. Chứng minh rằng với $\forall x \geq 1$ ta đều có: $x^4 - ax^2 - bx \geq c$

<u>Câu4:</u> (*2 điểm*)

1) Tính giới hạn: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos^4 x - \sin^4 x - 1}{\sqrt{x^2+1} - 1}$

2) Chứng minh rằng: $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 3^2 + C_{2n}^4 3^4 + ... + C_{2n}^{2n} 3^{2n} = 2^{2n-1}\left(2^{2n} + 1\right)$

<u>Câu5:</u> (*2 điểm*)

Cho họ đường thẳng (d_α): phụ thuộc vào tham số α là: (d_α): $x.\cos\alpha + y.\sin\alpha + 1 = 0$

1) Chứng minh rằng mọi đường thẳng của họ đều tiếp xúc với một đường tròn cố định.

2) Cho điểm I(-2; 1). Dựng IH vuông góc với (d_α) ($H \in (d_\alpha)$) và kéo dài IH một đoạn HN = 2HI. Tính toạ độ của N theo α.

<u>Đề số 114</u>

<u>Câu1:</u> 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$ (C)

2) Tìm $M \in (C)$ để khoảng cách từ M đến đường thẳng (Δ): $y + 3x + 6 = 0$ nhỏ nhất.

<u>Câu2:</u> Cho phương trình: $x^2 - 2kx + 2k^2 + \frac{4}{k^2} - 5 = 0$ $(k \neq 0)$

1) Tìm k để phương trình có nghiệm. Khi đó gọi x_1, x_2 là nghiệm.

2) Đặt $E = (x_1 + x_2)\left(x_1^2 + x_2^2\right)$. Tìm k để biểu thức E

a) Đạt giá trị lớn nhất.

b) Đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu3: 1) Giải phương trình: $\sin^4\frac{x}{2}+\cos^4\frac{x}{2}=1-2\sin x$

2) Chứng minh rằng ΔABC đều khi và chỉ khi:

$$\sin^2A+\sin^2B+\sin^2C=\cos^2\frac{A}{2}+\cos^2\frac{B}{2}+\cos^2\frac{C}{2}$$

Câu4: 1) Tìm họ nguyên hàm của hàm số: $f(x)=\cot g^2\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$

2) Cho a > 0. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường có phương trình:

$y=\dfrac{x^2+2ax+3a^2}{1+a^4}$ và $y=\dfrac{a^2-ax}{1+a^4}$

Câu5: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật, độ dài các cạnh AB = 2a; BC = a. Các cạnh bên của hình chóp bằng nhau và bằng $a\sqrt{2}$.

1) Tính thể tích hình chóp S.ABCD theo a.

2) Gọi M, N tương ứng là trung điểm của các cạnh AB và CD, K là điểm trên cạnh AD sao cho AK = $\frac{a}{3}$. Hãy tính khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SK theo a.

Đề số 115

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y=\dfrac{2x^2-3x+m}{x-m}$ (1)

1) Xác định tham số m để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng. Vẽ đồ thị hàm số trong trường hợp đó.

2) Tìm m để hàm số (1) có cực đại, cực tiểu thoả mãn điều kiện: $|y_{CĐ}-y_{CT}|>8$.

3) Giả sử m ≠ 0 và m ≠ 1. Chứng minh rằng tiếp tuyến của (1) tại giao điểm của nó với trục tung luôn cắt tiệm cận đứng tại điểm có tung độ bằng 1.

Câu2: (*1,75 điểm*)

Cho phương trình: $(x-3)(x+1)+4(x-3)\sqrt{\dfrac{x+1}{x-3}}=m$

1) Giải phương trình với m = -3.

2) Tìm m để phương trình có nghiệm.

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\left(x^3-2x+1\right)\left(\sin x+\sqrt{3}\cos x\right)=\left|x^3-2x+1\right|$

2) Cho a > b > 0; x > y, x ∈ N, y ∈ N. Chứng minh rằng: $\dfrac{a^x-b^x}{a^x+b^x}>\dfrac{a^y-b^y}{a^y+b^y}$

Câu4: (*1,75 điểm*)

1) Tìm họ nguyên hàm: $I=\int\dfrac{xdx}{\sqrt[3]{x+1}}$

2) Tìm các số âm trong dãy số: $x_1, x_2, ..., x_n, ...$ với:

$$x_n=\frac{A_{n+4}^4}{P_{n+2}}-\frac{143}{4P_n}\quad (n = 1, 2, 3, ...)$$

Câu5: (*2 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho hai đường thẳng (d_1) và (d_2) lần lượt có phương trình: (d_1): $\begin{cases}x+y+2z=0\\x-y+z+1=0\end{cases}$ (d_2): $\begin{cases}x=-2+2t\\y=-5t\\z=2+t\end{cases}$ $(t\in R)$

1) Viết phương trình hai đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau.

2) Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa d_2 và song song với d_1.

3) Tính khoảng cách giữa d_1 và d_2.

Đề số 116

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y=-\dfrac{x^3}{m}+3mx^2-2$ với $m\neq 0$

1) Xác định giá trị của m để đồ thị của hàm số nhận điểm I(1; 0) làm tâm đối xứng.

2) Tìm tất cả những điểm nằm trên đường thẳng y = 2 mà từ đó có thể kẻ được ba tiếp tuyến đến đồ thị của hàm số ứng với giá trị của m = 1.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Tìm m để phương trình: $\log_3\left(x^2+4mx\right)+\log_{\frac{1}{3}}(2x-2m-1)=0$

có nghiệm duy nhất.

2) Giải bất phương trình: $\sqrt{5x+1}-\sqrt{4x-1}\le 3\sqrt{x}$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+4\sin x=2+\sqrt{2}(1-\sin x)$

2) Cho x, y $\in\left(-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right)$. Chứng minh bất đẳng thức: $\left|\frac{tgx-tgy}{1-tgx.tgy}\right|<1$

Câu4: (*2 điểm*)

1) Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4. Hỏi có thể thành lập được bao nhiêu số có bảy chữ số từ những chữ số trên, trong đó chữ số 4 có mặt đúng ba lần, còn các chữ số khác có mặt đúng một lần.

2) Trong số 16 học sinh có 3 học sinh giỏi, 5 khá, 8 trung bình. Có bao nhiêu cách chia số học sinh đó thành 2 tổ, mỗi tổ 8 người sao cho ở mỗi tổ đều có học sinh giỏi và mỗi tổ có ít nhất hai học sinh khá.

Câu5: (*2 điểm*)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ trực chuẩn Oxy Cho 2 Elip có phương trình: $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$ và $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}=1$

1) Viết phương trình của đường tròn đi qua giao điểm của hai Elip.

2) Viết phương trình của các tiếp tuyến chung của hai Elip.

Đề số 117

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y=\frac{x^2+mx+2m-3}{x+2}$ (*m là tham số*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 3.

2) Chứng minh rằng tiếp tuyến từ M bất kỳ thuộc đồ thị ở (C) luôn tạo với hai tiệm cận một tam giác có diện tích không đổi.

3) Tìm m để hàm số có cực đại, cực tiểu đối xứng nhau qua (d): x + 2y + 8 = 0.

Câu2: (*1,75 điểm*)

1) Tìm m để bất phương trình: $(3m+1)12^x + (2-m)6^x + 3^x < 0$ đúng với $\forall x > 0$

2) Giải phương trình: $\left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^{\sin x} + \left(\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^{\sin x} = 4$

Câu3: (*1,5 điểm*)

Cho phương trình: cos2x - (2m + 1)cosx + m + 1 = 0

1) Giải phương trình với $m = \frac{3}{2}$.

2) Tìm m để phương trình có nghiệm $x \in \left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$.

Câu4: (*2,5 điểm*)

1) Với các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số có ba chữ số khác nhau và không lớn hơn 345?

2) Tính tích phân sau: $I = \int_{\sqrt{2}}^{3} \sqrt{x^2 - 1}dx$

3) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = x^2$, $y = \frac{x^2}{8}$ và $y = \frac{27}{x}$

Câu5: (*1,75 điểm*)

Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' với AB = a, BC = b, AA' = c.

1) Tính diện tích của tam giác ACD' theo a, b, c.

2) Giả sử M và N lần lượt là trung điểm của AB và BC. Hãy tính thể tích tứ diện DD'MN theo a, b, c.

Đề số 118

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = \frac{2x^3}{3} + (\cos a - 3\sin a)x^2 - 8(\cos 2a + 1)x + 1$ (*a là tham số*)

1) Chứng minh rằng hàm số luôn luôn có cực đại, cực tiểu.

2) Giả sử hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2. Chứng minh rằng $x_1^2 + x_2^2 \le 18$ $\forall a$.

Câu2: (*2 điểm*)

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 - x = 0 \\ x + ay - a = 0 \end{cases}$

1) Giải hệ phương trình khi a = 1.

2) Tìm a để hệ phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

3) Gọi $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$ là các nghiệm của hệ đã cho. Chứng minh rằng:

$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \le 1$

Câu3: (*1 điểm*)

Giải phương trình lượng giác: sin2x + 2cos2x = 1 + sinx - 4cosx

Câu4: (*2 điểm*)

1) Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{|4x-1|}{x^2 - 3x + 2} dx$

2) Tính giới hạn: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}$

Câu5: (*3 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz xét ba điểm A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c) với a, b, c > 0.

1) Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

2) Xác định các toạ độ của điểm H là hình chiếu vuông góc của gốc toạ độ O lên mặt phẳng (ABC). Tính độ dài OH.

3) Tính diện tích ΔABC.

4) Giả sử a, b, c thay đổi nhưng vẫn thoả mãn điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 = k^2$ với k > 0 cho trước. Khi nào thì ΔABC có diện tích lớn nhất? Chứng minh rằng khi đó đoạn OH cũng có độ dài lớn nhất.

Đề số 119

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = \frac{2x^2 + (1-m)x + 1 + m}{-x + m}$ (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi m = 1.

2) Xác định m để hàm số (1) nghịch biến trong khoảng (0; +∞).

3) Chứng minh rằng với $\forall m \neq 1$, các đường cong (1) đều tiếp xúc với một đường thẳng cố định tại một điểm cố định.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Tìm m để hệ sau có nghiệm: $\begin{cases} x + y - xy = 1 - m \\ 5(x + y) - 4xy = 4 \end{cases}$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \log_4\left(x^2 + y^2\right) - \log_4(2x) + 1 = \log_4(x + 3y) \\ \log_4(xy + 1) - \log_4\left(4y^2 + 2y - 2x + 4\right) = \log_4\dfrac{x}{y} - 1 \end{cases}$

Câu3: (*1 điểm*)

Một trường tiểu học có 50 học sinh đạt danh hiệu cháu ngoan Bác Hồ, trong đó có 4 cặp anh em sinh đôi. Cần chọn một nhóm 3 học sinh trong số 50 học sinh trên đi dự Đại hội cháu ngoan Bác Hồ, sao cho trong nhóm không có cặp anh em sinh đôi nào. Hỏi có bao nhiêu cách chọn.

Câu4: (*2 điểm*)

Cho tích phân: $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x dx \quad n \in N^*$

1) Tính I_3 và I_4.

2) Thiết lập hệ thức giữa I_n và I_{n-2} với $n > 2$. Từ đó tính I_{11} và I_{12}.

Câu5: (*2,5 điểm*)

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. trên AB lấy điểm M, trên CC' lấy điểm N, trên D'A' lấy điểm P sao cho $AM = CN = D'P = x$ $(0 \leq x \leq a)$.

1) Chứng minh rằng tam giác MNP là tam giác đều. Tính diện tích ΔMNP theo a và x. Tìm x để diện tích ấy là nhỏ nhất.

2) Khi $x = \dfrac{a}{2}$ hãy tính thể tích khối tứ diện B'MNP và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ấy.

Đề số 120

Câu1: (*2,5 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = \dfrac{x^2 + x - 5}{x - 2}$ (C)

2) Chứng minh rằng tích các khoảng cách từ 1 điểm M bất kỳ ∈ (C) đến các tiệm cận là 1 hằng số.

3) Tìm trên mỗi nhánh của (C) một điểm khoảng cách giữa chúng là nhỏ nhất.

Câu2: (*1,75 điểm*)

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} xy + x^2 = m(y-1) \\ xy + y^2 = m(x-1) \end{cases}$

1) Giải hệ phương trình với m = -1.

2) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $3\cot g^2 x + 2\sqrt{2}\sin^2 x = \left(2 + 3\sqrt{2}\right)\cos x$

2) Tam giác ABC có AB = AC = b, BC = a. Biết đường tròn nội tiếp tam giác đi qua trung điểm E của đường cao AH. Chứng minh: 3a = 2b; Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác theo a.

Câu4: (*1,75 điểm*)

1) Tính tích phân: $I = \int_0^1 x^5\sqrt{1-x^3}\,dx$

2) Chứng minh rằng: $C_n^1 3^{n-1} + 2.C_n^2 3^{n-2} + 3.C_n^3 3^{n-3} + ... + n.C_n^n = n.4^{n-1}$

Câu5: (*2 điểm*)

1) Lập phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác có ba cạnh trên ba đường thẳng sau: 5y = x - 2; y = x + 2; y = 8 - x

2) Lập phương trình mặt cầu có tâm I(2; 3; -1) cắt đường thẳng:

(d): $\begin{cases} 5x - 4y + 3z + 20 = 0 \\ 3x - 4y + z - 8 = 0 \end{cases}$ tại hai điểm A, B sao cho AB = 16

Đề số 121

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = 4x^3 + (a + 3)x^2 + ax$

1) Tuỳ theo các giá trị của a, hãy khảo sát sự biến thiên của hàm số.

2) Xác định a để $|y| \le 1$ khi $|x| \le 1$.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải và biện luận phương trình: $x + \frac{1}{x} = \frac{a-b}{a+b} + \frac{a+b}{a-b}$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 4^{\frac{x}{y}+\frac{y}{x}} = 32 \\ \log_3(x-y) = 1 - \log_3(x+y) \end{cases}$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sin x \cos y = \frac{1}{4} \\ 3\text{tg}x = \text{tg}y \end{cases}$

2) Chứng minh bất đẳng thức sau: $x^4 + y^4 + z^2 + 1 \ge 2x(xy^2 - x + z + 1)$

Câu4: (*2 điểm*)

1) Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 thiết lập tất cả các số có 5 chữ số khác nhau. Hỏi trong các số đã thiết lập được, có bao nhiêu số mà số đó nếu có mặt số 1 và số 6 thì hai chữ số 1 và 6 không đứng cạnh nhau?

2) Tìm họ nguyên hàm của hàm số: $f(x) = \frac{\cot gx}{1 + \sin^9 x}$

Câu5: (*2 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz có các đường thẳng:

(Δ): $\begin{cases} x + 2y - 3z + 1 = 0 \\ 2x - 3y + z + 1 = 0 \end{cases}$ (D): $\begin{cases} x = 2 + at \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

1) Với a cho trước, hãy xác định phương trình mặt phẳng (P) đi qua (Δ) và song song với (D).

2) Xác định a để tồn tại một mặt phẳng (Q) đi qua (Δ) và vuông góc với (D). Khi đó hãy viết phương trình của mặt phẳng (Q) đó.

Đề số 122

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = \dfrac{ax^2 + bx + c}{x - 2}$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho khi a = 1, b = -4, c = 8.

2) Xác định a, b, c biết rằng hàm số có đạt cực trị bằng 1 khi x = 1 và đường tiệm cận xiên của đồ thị vuông góc với đường thẳng $y = \dfrac{1-x}{2}$.

Câu2: (*1 điểm*)

Tìm m để hệ sau có nghiệm: $\begin{cases} x^2 + (2 - 3m^2)x - 6m^2 < 0 \\ x^2 - (2m+5)x + m^2 + 5m + 6 \geq 0 \end{cases}$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\log_{x+3}\left(3 - \sqrt{1 - 2x + x^2}\right) = \dfrac{1}{2}$

2) Giải phương trình:

$$2\sqrt{3}\sin\left(x - \frac{\pi}{8}\right)\cos\left(x - \frac{\pi}{8}\right) + 2\cos^2\left(x - \frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{3} + 4\left[\sin^2 x + \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)\cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right)\right]$$

Câu4: (*2 điểm*)

Đặt $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin^2 x dx}{\sin x + \sqrt{3}\cos x}$ và $J = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos^2 x dx}{\sin x + \sqrt{3}\cos x}$

1) Tính I - 3J và I + J.

2) Từ các kết quả trên, hãy tính các giá trị của I, J và $K = \displaystyle\int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{3}} \frac{\cos 2x dx}{\sin x + \sqrt{3}\cos x}$

Câu5: (*3 điểm*)

Cho góc tam diện vuông Oxyz. trên Ox, Oy, Oz lần lượt lấy các điểm A, B, C có OA = a, OB = b, OC = c (a, b, c > 0).

1) Chứng minh rằng ΔABC có ba góc nhọn.

2) Gọi H là trực tâm của ΔABC. Chứng minh OH ⊥ (ABC). Hãy tính OH theo a, b, c.

3) Chứng minh rằng bình phương diện tích ΔABC bằng tổng bình phương diện tích các mặt còn lại của tứ diện OABC.

Đề số 123

Câu1: (*2 điểm*)

Cho các đường: $y = -\frac{x^3}{3} + 3x$ (P) $\qquad$ $y = m(x - 3)$ (T)

1) Tìm m để (T) là tiếp tuyến của (P).

2) Chứng minh rằng họ (T) đi qua một điểm cố định A thuộc (P).

3) Gọi A, B, C là các giao điểm của (P) và (T). Hãy tìm m để $OB \perp OC$ (O là gốc toạ độ).

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải và biện luận phương trình: $|x+2|(x-1)+m=0$

2) Biết: a.cosx + b.cos2x + c.cos3x = 0 với $\forall$x. Chứng minh rằng: a = b = c = 0.

Câu3: (*1,75 điểm*)

Cho phương trình: $(1 - a)tg^2x - \frac{2}{\cos x} + 1 + 3a = 0$

1) Giải phương trình khi $a = \frac{1}{2}$.

2) Tìm tất cả các giá trị của tham số a để phương trình có nhiều hơn một nghiệm trong khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Câu4: (*2 điểm*)

1) Cho k và n là các số nguyên thoả mãn: $0 \le k \le n$. Chứng minh rằng:

$$C_{2n+k}^{n}.C_{2n-k}^{n} \le \left(C_{2n}^{n}\right)^2.$$

2) Gọi (D) là miền được giới hạn bởi các đường y = -3x + 10; y = 1; $y = x^2$ (x > 0). Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo nên khi (D) quay xung quanh trục Ox.

Câu5: (*2,25 điểm*)

Cho Hypebol (H): $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$. Gọi (d) là đường thẳng qua O có hệ số góc k, (d') là đường thẳng qua O và vuông góc với (d).

1) Tìm điều kiện đối với k để (d) và (d') đều cắt (H).

2) Tính theo k diện tích hình thoi với 4 đỉnh là 4 giao điểm của (d), (d') và (H).

3) Xác định k để hình thoi ấy có diện tích nhỏ nhất.

Đề số 124

Câu1: (*2 điểm*)

Cho các đường: $y = \dfrac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ (H) $\quad y = -x + m$ (T)

1) Xác định m để (T) cắt (H) tại hai điểm A, B đối xứng nhau qua đường thẳng: $y = x + 3$.

2) Tìm các giá trị k sao cho trên (H) có hai điểm khác nhau P, Q thoả mãn điều kiện: $\begin{cases} x_P + y_P = k \\ x_Q + y_Q = k \end{cases}$. Chứng minh rằng khi đó P và Q cùng thuộc một nhánh của (H).

Câu2: (*2 điểm*)

1) Hãy biện luận giá trị nhỏ nhất của $F = (x - 2y + 1)^2 + (2x + ay + 5)^2$ theo a

2) Tìm m để phương trình: $\sqrt{1 - x^2} + 2\sqrt[3]{1 - x^2} = m$ có nghiệm duy nhất

Câu3: (*1,5 điểm*)

1) Giải phương trình lượng giác:

$2\cos 2x + \sin^2 x.\cos x + \cos^2 x.\sin x = 2(\sin x + \cos x)$

2) Chứng minh rằng: $\dfrac{1}{1 + \sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + ... + \dfrac{1}{\sqrt{2004} + \sqrt{2005}} < 44$

Câu4: (*1,5 điểm*)

1) Xác định các số A, B, C sao cho:

$$\int \frac{dx}{(x+1)(x+2)^2} = \frac{A}{x+2} + \int \left(\frac{B}{x+1} + \frac{C}{x+2} \right) dx$$

2) Tính diện tích S(t) hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số:

$y = \dfrac{1}{(x+1)(x+2)^2}$ trên đoạn [0; t] (t > 0) và trục hoành. Tìm $\lim\limits_{t \to +\infty} S(t)$

Câu5: (*3 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho hình hộp chữ nhật ABCD.AA'B'C'D' với A'(0; 0; 0) B'(a; 0; 0), D'(0; b; 0), A(0; 0; c) trong đó a, b, c > 0. Gọi P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, B'C', C'D', DD'.

1) Viết phương trình tham số của hai đường thẳng PR, QS.

2) Xác định a, b, c để hai đường thẳng PR, QS vuông góc với nhau.

3) Chứng minh rằng hai đường thẳng PR, QS cắt nhau.

4) Tính diện tích tứ giác PQRS.

Đề số 125

Câu1: (*3 điểm*)

Cho hàm số: $y = \dfrac{x^2 + (m+1)x - m^2 + 4m - 2}{x - 1}$ (C_m)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số với m = 0.

2) Tìm m để hàm số có cực trị. Khi đó hãy viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực đại và cực tiểu.

3) Tìm m để tích các tung độ điểm cực đại và cực tiểu đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu2: (*1 điểm*)

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 - 2 \\ x + y = 2a - 3 \end{cases}$

Gọi (x, y) là nghiệm của hệ. Xác định a để tích xy là nhỏ nhất

Câu3: (*2 điểm*)

1) Tìm m để phương trình sau có nghiệm:

$$\frac{3}{\sin^2 x} + 3tg^2x + m(tgx + \cot gx) - 1 = 0$$

2) Không dùng máy tính chứng minh rằng: $\log_2 3 > \log_3 4$

Câu4: (*2 điểm*)

1) Cho hàm số: f(x) = ax + b với $a^2 + b^2 > 0$. Chứng minh rằng:

$$\left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\sin x dx\right)^2 + \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\cos x dx\right)^2 > 0$$

2) Một nhóm gồm 10 học sinh, trong đó có 7 nam và 3 nữ. hỏi có bao nhiêu cách xếp 10 học sinh trên thành một hàng dọc sao cho 7 học sinh nam phải đứng liền nhau.

Câu5: (*2 điểm*)

Cho hai nửa mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau theo giao tuyến (Δ). Trên (Δ) lấy đoạn AB = a (a là độ dài cho trước). Trên nửa đường thẳng Ax vuông góc với (Δ) và ở trong (P) lấy điểm M với AM = b (b > 0). Trên nửa đường thẳng Bt vuông góc với (Δ) và ở trong (Q) lấy điểm N sao cho BN = $\dfrac{a^2}{b}$

1) Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BMN) theo a, b.

2) Tính MN theo a, b. Với những giá trị nào của b thì MN có độ dài cực tiểu. Tính độ dài cực tiểu đó.

Đề số 126

Câu1: (*3 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = \dfrac{x^2 - x + 2}{x - 1}$

2) Biện luận theo tham số m số nghiệm của phương trình: $\dfrac{x^2 - |x| + 2}{|x| - 1} = \log_2 m$

3) Xác định tham số a để phương trình sau có nghiệm: $\dfrac{x^2 - x + 2}{x - 1}$ - ax + a - 1 = 0

Câu2: (*2 điểm*)

1) Tìm m để hệ sau có nghiệm: $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \le 0 \\ x^3 - 3|x|x - m^2 - 15m \ge 0 \end{cases}$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \log_x(3x + 2y) = 2 \\ \log_y(3y + 2x) = 2 \end{cases}$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: sin2x + cos2x + tgx = 2

2) Cho ΔABC có các cạnh BC = a, CA = b và các góc A, B, C thoả mãn hệ thức:

$a + b = (a\text{tg}B + b\text{tg}A)\text{tg}\dfrac{C}{2}$. Chứng minh rằng ΔABC cân hoặc vuông

Câu4: (*1 điểm*)

Parabol (P): $y^2 = 2x$ chia diện tích hình tròn (C) tâm O bán kính $2\sqrt{2}$ theo tỷ số nào?

Câu5: (*2 điểm*)

1) Cho hai đường tròn (C_1): $x^2 + y^2 + 4x + 3 = 0$ và (C_2): $x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$. Xác định phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn trên.

2) Lập phương trình đường thẳng qua điểm M(-4; -5; 3) và cắt hai đường thẳng: (d_1): $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y+3}{-2} = \dfrac{z-2}{-1}$ (d_2): $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z-1}{-5}$

Đề số 127

Câu1: (*3 điểm*)

Cho hàm số: $y = \dfrac{(m+1)x^2 - 2mx - \left(m^3 - m^2 - 2\right)}{x - m}$ với $m \neq -1$

1) Với các giá trị nào của m thì hàm số đạt cực đại và cực tiểu trong khoảng (0; 2)

2) Xác định tiệm cận xiên của đồ thị. Chứng minh rằng tiệm cận xiên luôn tiếp xúc với một parabol cố định.

3) Tìm m > 0 để tâm đối xứng nằm trên parabol $y = x^2 + 1$. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số với giá trị m tìm được.

4) Tìm các điểm trên trục hoành sao cho từ đó ta có thể kẻ được đúng một tiếp tuyến tới đồ thị của hàm số ở phần 3.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Chứng minh rằng không tồn tại m để phương trình sau có hai nghiệm trái dấu: $m.4^x + (2m + 3)2^x - 3m + 5 = 0$

2) Giải phương trình: $(x-1)\log_5 3 + \log_5\left(3^{x+1} + 3\right) = \log_5\left(11.3^x - 9\right)$

Câu3: (*2 điểm*)

Cho $f(x) = \cos^2 2x + 2(\sin x + \cos x)^2 - 3\sin 2x + m$

1) Giải phương trình f(x) = 0 khi m = -3.

2) Tính theo m giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của f(x).

Từ đó tìm m sao cho $f^2(x) \leq 36 \ \ \forall x$

Câu4: (*1 điểm*)

Tính tích phân: $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x \cos x}{\sin 2x + \cos 2x} dx$

Câu5: (*2 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có phương trình: (Δ_1): $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = -t \end{cases}$ (Δ_2): $\begin{cases} x = 2t' \\ y = 1 - t' \\ z = t' \end{cases}$ $(t, t' \in \mathbf{R})$

1) Chứng minh rằng hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 chéo nhau.

2) Viết phương trình các mặt phẳng (P), (Q) song song với nhau và lần lượt đi qua Δ_1 Δ_2.

3) Tính khoảng cách giữa Δ_1 và Δ_2 .

Đề số 128

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = \dfrac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số trên, từ đó suy ra đồ thị của hàm số: $y = \left|\dfrac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}\right|$

2) Viết phương trình tiếp tuyến với đường cong (1) biết rằng tiếp tuyến này vuông góc với đường thẳng: 3y - x + 6 = 0.

3) Biện luận theo a số nghiệm của phương trình: $x^2 + (3 - a)x + 3 - 2a = 0$ (2) và so sánh các nghiệm đó với số -3 và -1.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - 2x + 5} + \sqrt{x - 1} = 2$

2) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $x + 3 = m\sqrt{x^2 + 1}$

Câu3: (*1,5 điểm*)

Xét phương trình: $\sin^4 x + \cos^4 x = m$ (*m là tham số*)

1) Xác định m để phương trình có nghiệm.

2) Giải phương trình đó khi $m = \dfrac{3}{4}$.

Câu4: (*2 điểm*)

1) Tính tích phân: $I = \displaystyle\int_1^2 \frac{dx}{x\left(x^4 + 1\right)}$

2) Chứng minh rằng: với n là số tự nhiên, n ≥ 2 ta có:

$$\frac{1}{A_2^2} + \frac{1}{A_3^2} + \ldots + \frac{1}{A_n^2} = \frac{n-1}{n}$$

Câu5: (*2 điểm*)

Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại các đỉnh A và D. Biết rằng AB = 2a, AD = CD = a, (a > 0). Cạnh bên SA = 3a vuông góc với đáy.

1) Tính diện tích tam giác SBD theo a.

2) Tính thể tích tứ diện SBCD theo a.

Đề số 129

Câu1: (*2,5 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = \frac{2x^2 - 5x}{x - 2}$ (C)

2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) vuông góc với: x + 4y - 1 = 0

3) Biện luận theo m số nghiệm phương trình: $\frac{2x^2 - 5|x|}{|x| - 2} = m$

Câu2: (*1,5 điểm*)

Chứng minh rằng với ∀m hệ sau luôn có nghiệm: $\begin{cases} x + y + xy = 2m + 1 \\ xy(x + y) = m^2 + m \end{cases}$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $2\cos^2\frac{3x}{5} + 1 = 3\cos\frac{4x}{5}$

2) Chứng minh rằng nếu a, b, c là ba cạnh của một tam giác thì:

$ab + bc + ca > \frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$

Câu4: (*1,5 điểm*)

Tính diện tích phần mặt phẳng hữu hạn được giới hạn bởi các đường thẳng: x = 0, $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$, trục Ox và đường cong $y = \frac{x}{\sqrt{1 - x^4}}$

Câu5: (*2,5 điểm*)

1) Cho hai đường tròn tâm A(1; 0) bán kính $r_1 = 4$ và tâm B(-1; 0) bán kính $r_2 = 2$

a) Chứng minh rằng hai đường tròn đó tiếp xúc trong với nhau.

b) Tìm tập hợp tâm I(x, y) của các đường tròn tiếp xúc với cả hai đường tròn trên. Tập hợp đó gồm những đường gì?

2) Cho Elip: $4x^2 + 9y^2 = 36$ điểm M(1; 1). Lập phương trình đường thẳng qua M và cắt Elip tại hai điểm M_1, M_2 sao cho $MM_1 = MM_2$

Đề số 130

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho parabol: $y = x^2 + (2m + 1)x + m^2 - 1$

1) Tìm quỹ tích đỉnh của parabol khi m biến thiên.

2) Chứng minh rằng khoảng cách giữa các giao điểm của đường thẳng y = x với parabol không phụ thuộc vào m.

3) Chứng minh rằng với $\forall m$ parabol luôn tiếp xúc với một đường thẳng cố định.

Câu2: (*1,75 điểm*)

1) Tìm m để phương trình sau có 4 nghiệm phân biệt:

$$\left|-2x^2 + 10x - 8\right| = x^2 - 5x + m$$

2) Giải bất phương trình: $2.2^x + 3.3^x > 6^x - 1$

Câu3: (*1,75 điểm*)

1) Giải phương trình: $\sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x = 2$

2) Tính số đo các góc của ΔABC, biết rằng: $\cos A = \sin B + \sin C - \frac{3}{2}$

Câu4: (*1,5 điểm*)

1) Có bao nhiêu số chẵn có ba chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6?

2) Có bao nhiêu số có ba chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 mà các số đó nhỏ hơn số 345?

Câu5: (*2,5 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Biết A'(0; 0; 0), B'(a; 0; 0) D'(0; a; 0), A(0; 0; a) trong đó a > 0. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và B'C'.

1) Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua M và song song với hai đường thẳng AN và BD'.

2) Tính thể tích tứ diện AMND'.

3) Tính góc và khoảng cách giữa các đường thẳng AN và BD'.

Đề số 131

Câu1: (*2 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = x + 1 + \dfrac{1}{x-1}$

2) Từ đồ thị trên, hãy suy ra số nghiệm $x \in \left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$ của phương trình:

$\sin x + \cos x + \dfrac{1}{2}\left(\text{tg}x + \cot gx + \dfrac{1}{\sin x} + \dfrac{1}{\cos x}\right) = m$ tuỳ theo giá trị của tham số m

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải và biện luận phương trình:

$$\sqrt{\log_a \sqrt[4]{ax} + \log_x \sqrt[4]{ax}} + \sqrt{\log_a \sqrt[4]{x/a} + \log_x \sqrt[4]{x/a}} = \sqrt{\log_a x}$$

2) Giải bất phương trình: $\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} > \dfrac{3}{2}$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Tìm các nghiệm $x \in \left(\dfrac{\pi}{2}; 3\pi\right)$ của phương trình:

$$\sin\left(2x + \frac{5\pi}{2}\right) - 3\cos\left(x - \frac{7\pi}{2}\right) = 1 + 2\sin x$$

2) Chứng minh rằng với 4 số thực bất kỳ x_1, x_2, x_3, x_4 ta luôn có:

a) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 \geq (x_1 + x_2)(x_3 + x_4)$

b) $(x_1^2 + 1)(x_2^2 + 2)(x_3^2 + 4)(x_4^2 + 8) \geq (x_1x_3 + 2)^2(x_2x_4 + 4)^2$

Câu4: (*2 điểm*)

1) Tính tích phân sau: $I = \int_0^1 \frac{(x^2+1)e^x}{(x+1)^2}dx$

2) Cho A là một tập hợp có 20 phần tử.

a) Có bao nhiêu tập hợp con của A?

b) Có bao nhiêu tập hợp con khác rỗng của A mà có số phần tử là số chẵn?

Câu5: (*2 điểm*)

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' với cạnh bằng a. Giả sử M và N lần lượt là trung điểm của BC và DD'.

1) Chứng minh rằng MN song song với mặt phẳng (A'BD).

2) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và MN theo a.

Đề số 132

Câu1: (*2,5 điểm*)

1) Cho hàm số: $y = \frac{u(x)}{v(x)}$. Chứng minh rằng nếu $y'(x_0) = 0$, thì ta có: $\frac{u'(x_0)}{v'(x_0)} = \frac{u(x_0)}{v(x_0)}$

2) Chứng minh rằng nếu hàm số: $y = \frac{2x^2+3x+m-2}{x+2}$ (1) đạt cực đại tại x_1 và cực tiểu tại x_2 thì ta có: $|y(x_1)-y(x_2)| = 4|x_1-x_2|$.

3) Kiểm tra lại kết quả trong phần 2) bởi việc khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số (1) với m = 2.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=1 \\ 2^x - 2^y = 2 \end{cases}$

2) Tìm a, b để phương trình sau có nghiệm duy nhất:

$$\sqrt[3]{(ax+b)^2} + \sqrt[3]{(ax-b)^2} + \sqrt[3]{a^2x^2-b^2} = \sqrt[3]{b}$$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\cos 3x + \sqrt{2-\cos^2 3x} = 2(1+\sin^2 2x)$

2) Chứng minh rằng nếu a, b, c là ba cạnh của ΔABC và $a + b = \mathrm{tg}\frac{C}{2}(a\,\mathrm{tg}A + b\,\mathrm{tg}B)$

Thì ΔABC cân.

Câu4: (*1,5 điểm*)

Tính nguyên hàm: $\int \frac{(x^2-1)dx}{(x^2+1)\sqrt{1+x^4}}$

Câu5: (*2 điểm*)

1) Nếu Elip: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ nhận các đường thẳng 3x - 2y - 20 = 0 và x + 6y - 20 = 0 làm tiếp tuyến, hãy tính a^2 và b^2.

2) Cho Elip $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ (E). Tìm quan hệ giữa a, b, k, m để (E) tiếp xúc đường thẳng y = kx + m.

3) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng:

(d_1): $\begin{cases}2x-z-1=0\\ -x-y+4=0\end{cases}$ (d_2): $\begin{cases}3x+y-2=0\\ 3y-3z-6=0\end{cases}$

Đề số 133

Câu1: (*3 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = \frac{x^2-x+2}{x-1}$

2) Tìm tập hợp các điểm N(x, y) thoả mãn: $|y| \geq \frac{x^2-x+2}{x-1}$

3) Biện luận theo m số nghiệm $x \in [0; \pi]$ của phương trình:

$\cos^2 x + (m-1)\cos x + m + 2 = 0$

Câu2: (*1 điểm*)

Xác định tham số m để hệ phương trình sau có nghiệm: $\begin{cases}\sqrt{x+1}+\sqrt{y}=m\\ \sqrt{y+1}+\sqrt{x}=1\end{cases}$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\sqrt{2}(2\sin x-1)=4(\sin x-1)-\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)-\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$

2) Cho a > 0. Chứng minh rằng: $x^n + (a-x)^n \geq 2\left(\frac{a}{2}\right)^n$

Câu4: (*2 điểm*)

1) Tính tích phân: $I = \int_0^1 x|x-m|dx$ tuỳ theo m.

2) Tìm họ nguyên hàm của hàm số: $y = \sqrt{3x^2 - 3x + 1}$

Câu5: (*2 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho mặt phẳng (P) có phương trình: x + y + z = 0 và đường thẳng (d) có phương trình: $\begin{cases} x + 2y - 3 = 0 \\ 3x - 2z - 7 = 0 \end{cases}$

1) Xác định giao điểm A của đường thẳng (d) với mặt phẳng (P).

2) Viết phương trình của đường thẳng (Δ) đi qua A, vuông góc với đường thẳng (d) và nằm trong mặt phẳng (P).

Đề số 134

Câu1: (*2 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$

2) Tìm điều kiện đối với a và b sao cho đường thẳng y = ax + b cắt đồ thị trên tại 3 điểm khác nhau A, B, C với B là điểm giữa của đoạn AC.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Tìm m để bất phương trình sau có nghiệm: $x^2 + 2|x-m| + m^2 + m - 1 \le 0$

2) Giải bất phương trình: $\log_{x^2}\left(\dfrac{4x-2}{|x-2|}\right) \ge \dfrac{1}{2}$

Câu3: (*2 điểm*)

Cho phương trình: $\sin^6 x + \cos^6 x = a\sin 2x$

1) Giải phương trình khi a = 1.

2) Tìm a để phương trình có nghiệm.

Câu4: (*2 điểm*)

1) Từ các chữ cái của Câu: "**Trường THPT Lý Thường Kiệt"** có bao nhiêu cách xếp một từ (*từ không cần có nghĩa hay không*) có 6 chữ cái mà trong từ đó chữ

"T" có mặt đúng 3 lần, các chữ khác có mặt không quá một lần và trong từ đó không có chữ "Ê".

2) Tính tích phân sau: $I = \int_{-\frac{1}{2}}^{1} \frac{x-1}{(x^2-2x)(x^2-2x+2)}dx$

Câu5: (*2 điểm*)

Cho các đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 1$ và (C_m): $x^2 + y^2 - 2(m + 1)x + 4my = 5$.

1) Chứng minh rằng có hai đường tròn (C_{m_1}), (C_{m_2}) tiếp xúc với đường tròn (C) ứng với 2 giá trị m_1, m_2 của m.

2) Xác định phương trình đường thẳng tiếp xúc với cả hai đường tròn (C_{m_1}) và (C_{m_2}).

Đề số 135

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = \frac{x^2\cos\alpha + 2x\sin\alpha + 1}{x+2}$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi $\alpha = 0$.

2) Xác định α để đường tròn có tâm ở gốc toạ độ và tiếp xúc với tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có bán kính lớn nhất.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Tìm điều kiện của y để bất phương trình sau đúng với $\forall x \in R$

$$\left(2-\log_2\frac{y}{y+1}\right)x^2 - 2\left(1+\log_2\frac{y}{y+1}\right)x - 2\left(1+\log_2\frac{y}{y+1}\right) > 0$$

2) Giải bất phương trình: $\sqrt{\left|\frac{1}{4}-x\right|} \geq x + \frac{1}{2}$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $3\cos x + 4\sin x + \frac{6}{3\cos x + 4\sin x + 1} = 6$

2) Chứng minh rằng: $\forall x, y, z$ ta có: $19x^2 + 54y^2 + 16z^2 + 36xy - 16xz - 24yz \geq 0$

Câu4: (*2 điểm*)

1) Chứng minh rằng phương trình: $5x^5 + 4x^4 + 6x^3 - 2x^2 + 5x + 4 = 0$ có nghiệm.

2) Với mỗi n là số tự nhiên, hãy tính tổng:

$$C_n^0 + \frac{1}{2}C_n^1 2 + \frac{1}{3}C_n^2 2^2 + \frac{1}{4}C_n^3 2^3 + ... + \frac{1}{n+1}C_n^n 2^n$$

Câu5: (*2 điểm*)

Trong không gian, cho đoạn OO' = h không đổi và hai nửa đường thẳng Od, O'd' cùng vuông góc với OO' và vuông góc với nhau. Điểm M chạy trên Od, điểm N chạy trên O'd' sao cho ta luôn có $OM^2 + O'N^2 = k^2$, k cho trước.

1) Chứng minh rằng MN có độ dài không đổi.

2) Xác định vị trí của M trên Od, N trên O'd' sao cho tứ diện OO'MN có thể tích lớn nhất.

Đề số 136

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = x^3 - 3ax^2 + 4a^3$

1) Với a > 0 cố định, hãy khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

2) Xác định a để các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị là đối xứng với nhau qua đường thẳng y = x.

3) Xác định a để đường thẳng y = x cắt đồ thị tại ba điểm phân biệt A, B, C với AB = AC.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{1}{(3x^2+2x)^2} + \dfrac{2(2y-1)}{3x^2+2x} - 3(2y-1)^2 = 0 \\ \dfrac{2}{(3x^2+2x)^2} + 3(2y-1) + 1 = 0 \end{cases}$

2) Giải và biện luận bất phương trình: $\sqrt{x-m} < x - 2$

Câu3: (*1,5 điểm*)

Cho phương trình lượng giác: $\sin^4 x + \cos^4 x = m\sin 2x - \dfrac{1}{2}$ (1)

1) Giải phương trình (1) khi m = 1.

2) Chứng minh rằng với mọi tham số m thoả mãn điều kiện $|m| \geq 1$ thì phương trình (1) luôn luôn có nghiệm.

Câu4: (*1,5 điểm*)

Cho một hình hộp chữ nhật có thể tích bằng 27, diện tích toàn phần bằng 9t và các cạnh lập thành một cấp số nhân.

1) Tính các cạnh của hình hộp đó khi a = 6.

2) Xác định t để tồn tại hình hộp chữ nhật có các tính chất nêu trên.

Câu5: (*2,5 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có phương trình: Δ_1: $\begin{cases} x - 8z + 23 = 0 \\ y - 4z + 10 = 0 \end{cases}$ Δ_2: $\begin{cases} x - 2z - 3 = 0 \\ y + 2z + 2 = 0 \end{cases}$

1) Viết phương trình các mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau và lần lượt đi qua Δ_1 và Δ_2.

2) Tính khoảng cách giữa Δ_1 và Δ_2

3) Viết phương trình đường thẳng Δ song song với trục Oz và cắt cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2

Đề số 137

Câu1: (*3 điểm*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ (C). Từ đó suy ra đồ thị hàm số: $y = \frac{x^2 - x + 1}{|x - 1|}$

2) Tìm m để phương trình sau có nghiệm: $x^2 - (m + 1)x + m + 1 = 0$

3) Tìm m để phương trình sau có 3 nghiệm phân biệt $\in$ [-3; 0]:

$$\left(t^2 + 2t\right)^2 - (m + 1)\left(t^2 + 2t\right) + m + 1 = 0$$

Câu2: (*1 điểm*)

Giải và biện luận phương trình: $\left|x^2 - 2mx - 2m\right| = \left|x^2 + 2x\right|$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $8\sin x = \frac{\sqrt{3}}{\cos x} + \frac{1}{\sin x}$

2) Cho $a^3 > 36$ và $abc = 1$. Chứng minh rằng: $\frac{a^2}{3} + b^2 + c^2 > ab + bc + ca$

Câu4: (*1,5 điểm*)

Chứng minh rằng: $x^n = \frac{1}{2^n}\sum_{k=0}^{n} C_n^k (2x-1)^k$

Câu5: (*2,5 điểm*)

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, SA $\perp$ (ABCD) và SA= $a\sqrt{2}$. Trên cạnh AD lấy điểm M thay đổi. Đặt góc ACM = α. Hạ SN $\perp$ CM.

1) Chứng minh N luôn thuộc một đường tròn cố định và tính thể tích tứ diện SACN theo a và α.

2) Hạ AH $\perp$ SC, AK $\perp$ SN. Chứng minh rằng SC $\perp$ (AHK) và tính độ dài đoạn HK.

Đề số 138

Câu1: (*3 điểm*)

Cho hàm số: $y = \frac{x^2}{x-1}$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

2) Tìm hai điểm A, B nằm trên đồ thị và đối xứng nhau qua đường thẳng y = x - 1.

3) Dùng đồ thị đã vẽ được ở phần 1), hãy biện luận số nghiệm của phương trình:

$z^4 - mz^3 + (m + 2)z^2 - mz + 1 = 0$ (*m là tham số*)

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} = 4x - 9 + 2\sqrt{3x^2 - 5x + 2}$

2) Giải và biện luận phương trình:

$$\log_2 \sqrt{x^2 - 3x + 2} + \log_{\frac{1}{2}}(x - m) = x - m - \sqrt{x^2 - 3x + 2}$$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình lượng giác: cos3x - 2cos2x + cosx = 0

2) Cho ΔABC thoả mãn hệ thức: $\text{tg}A + \text{tg}B = 2\text{cotg}\frac{C}{2}$. Chứng minh ΔABC cân.

Câu4: (*1 điểm*)

Chứng minh bất đẳng thức: $\frac{\pi}{4} < \int_0^{2\pi} \frac{dx}{5 - 3\cos x} < \pi$

Câu5: (*2 điểm*)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ trực chuẩn Oxy cho Elip: (E) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ và hai đường thẳng: (D): ax - by = 0; (D'): bx + ay = 0; Với $a^2 + b^2 > 0$.

Gọi M, N là các giao điểm của (D) với (E); P, Q là các giao điểm của (D') với (E).

1) Tính diện tích tứ giác MPNQ theo a và b.

2) Tìm điều kiện đối với a, b để diện tích tứ giác MPNQ nhỏ nhất.

Đề số 139

Câu1: (*2,25 điểm*)

Cho hàm số: $y = x^3 - 3mx^2 + (m^2 + 2m - 3)x + 4$ (C_m)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C_1) của hàm số với m = 1.

2) Viết phương trình Parabol qua cực đại, cực tiểu của (C_1) và tiếp xúc y = -2x + 2.

3) Tìm m để (C_m) có cực đại, cực tiểu nằm về hai phía của Oy.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải và biện luận hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + 2xy = mx + y \\ y^2 + 2xy = my + x \end{cases}$

2) Giải bất phương trình: $\frac{3^{2-x} + 3 - 2x}{4^x - 2} \geq 0$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x} = \sqrt{3}$

2) Chứng minh rằng nếu x > 0, $\forall n \in \mathbf{Z}^+$ ta luôn có: $e^x > 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + ... + \frac{x^n}{n!}$

<u>Câu4:</u> (*1,5 điểm*)

Chứng minh: $\int_0^{\pi} x.f(\sin x)dx = \frac{\pi}{2}\int_0^{\pi} f(\sin x)dx = \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx$

áp dụng tính tích phân: $I = \int_0^{\pi} \frac{x.\sin x}{1 + \cos^2 x}dx$

<u>Câu5:</u> (*2,25 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho hai đường thẳng d_1 và d_2 có phương trình: d_1: $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y + z + 4 = 0 \end{cases}$ d_2: $\begin{cases} x + 3y - 1 = 0 \\ y + z - 2 = 0 \end{cases}$

1) Chứng minh rằng đó là hai đường thẳng chéo nhau.

2) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng đó.

3) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm M(2; 3; 1) và cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2.

<u>Đề số 140</u>

<u>Câu1:</u> (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = x^4 - 6bx^2 + b^2$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số ứng với b = 1.

2) Với b là tham số, tuỳ theo b hãy tìm giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn [-2; 1]

<u>Câu2:</u> (*2 điểm*)

1) Tìm m để hai phương trình sau có nghiệm chung:

$ax^2 + x + 1 = 0$ và $x^2 + ax + 1 = 0$

2) Giải bất phương trình: $\frac{\log_a(35 - x^3)}{\log_a(5 - x)} > 3$ (a là tham số > 0, ≠ 1)

<u>Câu3:</u> (*2 điểm*)

Cho phương trình: $(2\sin x - 1)(2\cos 2x + 2\sin x + m) = 3 - 4\cos^2 x$ (1)

1) Giải phương trình (1) với m = 1.

2) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có đúng 2 nghiệm thoả mãn điều kiện: $0 \le x \le \pi$.

Câu4: (*1 điểm*)

Cho $I_n = \int \frac{dx}{\left(1+x^2\right)^n}$. Chứng minh rằng: $I_n = \frac{x}{2(n-1)\left(1+x^2\right)^{n-1}} + \frac{2n-3}{2(n-1)} I_{n-1}$

Câu5: (*3 điểm*0

Cho tứ diện SABC có $SC = CA = AB = a\sqrt{2}$, $SC \perp (ABC)$, ΔABC vuông tại A, các điểm M thuộc SA và N thuộc BC sao cho $AM = CN = t$ $(0 < t < 2a)$.

1) Tính độ dài đoạn thẳng MN.

2) Tìm giá trị của t để đoạn MN ngắn nhất.

3) Khi đoạn thẳng MN ngắn nhất, chứng minh MN là đường vuông góc chung của BC và SA.

Đề số 141

Câu1: (*3 điểm*)

Cho hàm số: $y = 2x^3 - 3(2m + 1)x^2 + 6m(m + 1)x + 1$ (C_m)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C_0) của hàm số ứng với m = 0.

2) Tìm điều kiện đối với a và b để đường thẳng (D): $y = ax + b$ cắt đồ thị (C_0) tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho B cách đều A và C. Chứng minh rằng khi đó (D) luôn luôn đi qua một điểm cố định I.

3) Tìm quỹ tích các điểm cực trị của (C_m). Xác định các trong mặt phẳng toạ độ là điểm cực đại ứng với giá trị này của m và là điểm cực tiểu ứng với giá trị khác của m.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $(x+3)\sqrt{10-x^2} = x^2 - x - 12$

2) Xác định m để phương trình sau có nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $x_1^2 + x_2^2 > 1$:

$$2\log_4\left(2x^2 - x + 2m - 4m^2\right) + \log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 + mx - 2m^2\right) = 0$$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình lượng giác: tg2x - tg3x - tg5x = tg2x.tg3x.tg5x

2) Chứng minh nếu a, b, c > 0 thì: $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$

Câu4: (*1 điểm*)

Tính tích phân: $I(m) = \int_0^1 \left|x^2 - 2x + m\right| dx$

Câu5: (*2 điểm*)

Trong không gian với hệ toạ độ Đềcác Oxyz cho hai đường thẳng:

$$D_1: \begin{cases} x + y = 0 \\ x - y + z + 4 = 0 \end{cases} \qquad D_2: \begin{cases} x + 3y - 1 = 0 \\ y + z - 2 = 0 \end{cases}$$

1) Chứng minh rằng đó là hai đường thẳng chéo nhau.

2) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng đó.

3) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm M(2; 3; 1) và cắt cả hai đường thẳng D_1 và D_2.

Đề số 142

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = \frac{ax^2 + 3ax + 2a + 1}{x + 2}$ (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi a = -1.

2) Chứng minh rằng tiệm cận xiên của (1) luôn qua một điểm cố định với ∀a.

3) Với giá trị nào của a thì đồ thị của (1) tiếp xúc với đường thẳng y = a.

Câu2: (*2 điểm*)

Cho phương trình: $\sqrt{x^2 - 2x + m^2} = |x - 1| - m$

1) Giải phương trình với m = 2.

2) Giải và biện luận phương trình theo m.

Câu3: (*1 điểm*)

Giải phương trình lượng giác: sinx + cosx + cos2x - 2sinx.cosx = 0

Câu4: (*2 điểm*)

1) Cho hai phương trình: $x^2 + 3x + 2m = 0$ $\quad\quad$ $x^2 + 6x + 5m = 0$

Tìm tất cả các giá trị của m để mỗi phương trình đều có hai nghiệm phân biệt và giữa 2 nghiệm của phương trình này có đúng một nghiệm của phương trình kia.

2) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \left|\log_{x^2+1}\left(3 - x^2\right) + \log_{3-x^2}\left(x^2 + 1\right)\right|$

Câu5: (*2,5 điểm*)

1) Viết phương trình các cạnh của ΔABC biết đường cao và phân giác trong qua đỉnh A, C lần lượt là: (d_1): 3x - 4y + 27 = 0 và (d_2): x + 2y - 5 = 0

2) Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BB'. chứng minh rằng MN vuông góc với AC.

3) Cho tứ diện ABCD. Tìm điểm O sao cho: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$
Chứng minh rằng điểm O đó là duy nhất.

Đề số 143

Câu1: (*3 điểm*)

Cho (C) là đồ thị hàm số: $y = x + \sqrt{2x^2 + 1}$

1) Xác định các tiệm cận của đồ thị (C).

2) Với những giá trị nào của m thì phương trình: $x + \sqrt{2x^2 + 1} = m$ có nghiệm?

3) Viết phương trình đường thẳng tiếp xúc với (C) tại điểm thuộc (C) có hoành độ x = 2.

4) Tìm quỹ tích các điểm trên trục tung Oy sao cho từ đó có thể kẻ được ít nhất một đường thẳng tiếp xúc với (C).

Câu2: (*2 điểm*)

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = m \\ (x+1)y^2 + xy = m(y+2) \end{cases}$

1) Giải hệ phương trình với m = 4.

2) Tìm m để hệ phương trình có nhiều hơn hai nghiệm.

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sin x + \sin y = \sqrt{2} \\ \cos x + \cos y = \sqrt{2} \end{cases}$

2) Chứng minh rằng nếu ΔABC có ba góc A, B, C thoả mãn điều kiện:

sinA + sinB + sinC = sin2A + sin2B + sin2C Thì ΔABC đều.

Câu4: (*1 điểm*)

Với các chữ số 0, 1, 2, 3, 6, 9 có thể thành lập được bao nhiêu số chia hết cho 3 và gồm 5 chữ số khác nhau?

Câu5: (*2 điểm*)

1) Gọi đường tròn (T) là giao tuyến của mặt cầu: $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 - (z - 1)^2 = 100$ với mặt phẳng: 2x - 2y - x + 9 = 0. Xác định toạ độ tâm và bán kính của (T).

2) Cho ΔABC với A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-4; 7; 5). Tính độ dài đường phân giác trong kẻ từ đỉnh B.

Đề số 144

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = x^3 + 3x^2 + mx + 1$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi m = 3.

2) Chứng minh rằng với ∀m, đồ thị hàm số (C_m) đã cho luôn luôn cắt đồ thị $y = x^3 + 2x^2 + 7$ tại hai điểm phân biệt A và B. Tìm quỹ tích trung điểm I của AB.

3) Xác định m để đồ thị (C_m) cắt đường y = 1 tại 3 điểm phân biệt C(0; 1), D, E. Tìm m để các tiếp tuyến tại D và E vuông góc với nhau.

Câu2: (*2 điểm*)

Cho phương trình: $\sqrt{3+x} + \sqrt{6-x} - \sqrt{(3+x)(6-x)} = m$

1) Giải phương trình với m = 3.

2) Tìm m để phương trình có nghiệm.

Câu3: (*2 điểm*)

1) Tìm tất cả các nghiệm của pt: sinxcos4x + 2sin²2x = 1 - $4\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)$

thoả mãn hệ bất phương trình: $\begin{cases}|x-1|<3\\ x^2+3>-x\end{cases}$

2) Tìm giá trị lớn nhất của hàm số: f(x) = 5cosx - cos5x trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$.

Câu4: (*1 điểm*)

Tính: $I=\int_0^{\pi} x^2\sin x dx$

Câu5: (*2,5 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ trực chuẩn Oxy cho hai điểm A(-1; 3), B(1; 1) và đường thẳng (d): y = 2x.

a) Xác định điểm C trên (d) sao cho ΔABC là một tam giác đều.

b) Xác định điểm C trên (d) sao cho ΔABC là một tam giác cân.

2) Lập phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu:

(S): $x^2 + y^2 + z^2 - 10x + 2y + 26z - 113 = 0$ và song song với hai đường thẳng:

(d_1): $\frac{x+5}{2}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+13}{2}$ và (d_2): $\frac{x+7}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-8}{0}$

Đề số 145

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y=\frac{2x^2+mx+m}{x+1}$ (C_m)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C_{-1}) của hàm số khi m = -1. Từ đó suy ra đồ thị của hàm số sau: $y=\frac{|x-1|(2x+1)}{x+1}$

2) Xác định các giá trị của m sao cho qua A(0; 1) không có đường thẳng nào tiếp xúc với (C_m).

3) Xác định các giá trị của m để (C_m) cắt Ox tại hai điểm và hai tiếp tuyến tại hai điểm đó vuông góc với nhau.

Câu2: (*1,5 điểm*)

Tìm m để hệ sau có nghiệm duy nhất: $\begin{cases} y^2 = x^3 - 4x^2 + mx \\ x^2 = y^3 - 4y^2 + my \end{cases}$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $2\sin^3 x - \sin x = 2\cos^3 x - \cos x + \cos 2x$

2) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \sin^4 x + \cos^4 x + \sin x\cos x + 1$

Câu4: (*1,5 điểm*)

Cho hàm số: $g(x) = \sin x\sin 2x\cos 5x$

1) Tìm họ nguyên hàm của hàm số g(x).

2) Tính tích phân: $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{g(x)}{e^x + 1}dx$

Câu5: (*2,5 điểm*)

Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và D, với AB = AD = a; DC = 2a. Cạnh bên SD vuông góc với mặt phẳng đáy và SD = $a\sqrt{3}$ (a là số dương cho trước). Từ trung điểm E của DC dựng EK vuông góc với SC ($K \in SC$).

1) Tính thể tích hình chóp S.ABCD theo a và chứng minh SC vuông góc với mặt phẳng (EBK).

2) Chứng minh rằng 6 điểm S, A, B, E, K, D cùng thuộc một mặt cầu. Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu đó theo a.

3) Tính khoảng cách từ trung điểm M của đoạn SA đến mặt phẳng (SBC) theo a.

Đề số 146

Câu1: (*2 điểm*)

Cho hàm số: $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{2x - 2}$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận, M là một điểm tuỳ ý thuộc (C). Tiếp tuyến tại (C) tại M cắt tiệm cận đứng và tiệm cận xiên theo thứ tự tại A và B. Chứng minh rằng M là trung điểm của đoạn AB và diện tích ΔIAB không phụ thuộc vị trí của M trên (C).

3) Tìm trên (C) hai điểm đối xứng nhau qua đường thẳng y = x.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $1+\frac{2}{3}\sqrt{x-x^2}=\sqrt{x}+\sqrt{1-x}$

2) Xác định các giá trị của m để bất phương trình sau nghiệm đúng với $\forall$x thoả mãn điều kiện $|x|\geq\frac{1}{2}$: $9^{2x^2-x}-2(m-1)6^{2x^2-x}+(m+1)4^{2x^2-x}\geq 0$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Chứng minh: $\cos\frac{\pi}{7}-\cos\frac{2\pi}{7}+\cos\frac{3\pi}{7}=\frac{1}{2}$

2) Giải phương trình: (1 + tgx)(1 + sin2x) = 1 + tgx

Câu4: (*2 điểm*)

1) Tìm 2 số A, B để hàm số: h(x) = $\frac{\sin 2x}{(2+\sin x)^2}$ có thể biểu diễn được dưới dạng: h(x) = $\frac{A}{(2+\sin x)^2}+\frac{B\cos x}{2+\sin x}$, Từ đó tính tích phân I = $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0}h(x)dx$

2) Tính tổng: $S=C_n^1-2.C_n^2+3.C_n^3-4.C_n^4+...+(-1)^{n-1}.n.C_n^n$ $(n\in \mathbf{Z}, n\geq 2)$

Câu5: (*2 điểm*)

Trên mặt phẳng (P) cho đoạn thẳng AB = a, E là một điểm cố định nằm trên đoạn AB sao cho BE = b (b < a), qua E kẻ đường thẳng Ex $\subset$ (P), Ex $\perp$ AB, C là một điểm bất kỳ trên Ex. Trên đường thẳng d $\perp$ (P) tại A lấy điểm M bất kỳ.

1) Chứng minh rằng CE $\perp$ (MAB).

2) M di động trên d, gọi K là hình chiếu vuông góc của C trên BM. Chứng minh rằng tích BM.bán kính không đổi.

Đề số 147

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: y = $\frac{x^2+2mx+1}{x-1}$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số ứng với m = 1.

2) Chứng minh rằng nếu đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại x = x_0 thì:

$y'(x_0)=\frac{2(x_0+m)}{x_0-1}$

3) Tìm số a nhỏ nhất để: $a(x^2+x-1)\leq(x^2+x+1)^2$ được thoả mãn với $\forall x\in[0;1]$

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \left|y+\frac{1}{x}\right|+\left|\frac{13}{6}+x-y\right|=\frac{13}{6}+y+\frac{1}{y} \\ x^2+y^2=\frac{97}{36} \end{cases}$

2) Tìm m để bất phương trình sau có nghiệm: $mx - \sqrt{x-3} \le m+1$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình lượng giác: $\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)=\sin 2x.\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

2) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số sau trên tập R.

$f(x) = 2\sin^2 x + 4\sin x\cos x + \sqrt{5}$

Câu4: (*1 điểm*)

Tính tích phân: $I = \int_1^e \frac{\ln x\sqrt[3]{2+\ln^2 x}}{x}dx$

Câu5: (*2,5 điểm*)

Cho tứ diện OABC có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và OA = OB = OC = a. Ký hiệu K, M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA. Gọi E là điểm đối xứng của O qua K và I là giao điểm của CE với mặt phẳng (OMN).

1) Chứng minh CE vuông góc với mặt phẳng (OMN).

2) Tính diện tích của tứ giác OMIN theo a.

Đề số 148

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = \frac{x^2-x+1}{x-1}$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số. Từ đó suy ra đồ thị của hàm số: $y = \frac{x^2-x+1}{|x-1|}$

2) Tìm tất cả các giá trị của m để cho phương trình: $x^2 - (m + 1)x + m + 1 = 0$ có nghiệm.

3) Tìm tất cả các giá trị của m để cho phương trình sau đây có ba nghiệm phân biệt nằm trong đoạn [-3; 0]: $\left(t^2+2t\right)^2-(m+1)\left(t^2+2t\right)+m+1=0$

Câu2: (*2 điểm*)

1) Cho hàm số: $y = \cos\sqrt{\dfrac{x^2-x+1}{mx^2+4x+m}}$. Tìm m để hàm số xác định với $\forall x \in R$

2) Giải phương trình:

$$\log_2\left(x^2+x+1\right)+\log_2\left(x^2-x+1\right)=\log_2\left(x^4+x^2+1\right)+\log_2\left(x^4-x^2+1\right)$$

Câu3: (*1,5 điểm*)

1) Chứng minh rằng hàm số: $y = \sin^6x + \cos^6x + 3\sin^2x\cos^2x + 2005x$ có đạo hàm không phụ thuộc vào x.

2) Giải phương trình: $3\sin x + 2\cos x = 2 + 3\operatorname{tg}x$

Câu4: (*1,5 điểm*)

Trong một phòng có hai bàn dài, mỗi bàn có 5 ghế. Người ta muốn xếp chỗ ngồi cho 10 học sinh gồm 5 nam và 5 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi nếu:

1) Các học sinh ngồi tuỳ ý.

2) Các học sinh nam ngồi một bàn và các học sinh nữ ngồi một bàn.

Câu5: (*2,5 điểm*)

1) Cho hai đường tròn:

(C_1): $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ và (C_2): $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 14 = 0$

a) Chứng minh rằng hai đường tròn (C_1) và (C_2) cắt nhau.

b) Viết phương trình đường tròn qua giao điểm của (C_1) và (C_1) và qua điểm M(0;1)

2) Cho hai điểm A(-1; 3; -2), B(-9; 4; 9) và mặt phẳng (P): $2x - y + z + 1 = 0$

Tìm $K \in (P)$ sao cho AK + BK nhỏ nhất.

Đề số 149

Câu1: (*2,5 điểm*)

Cho hàm số: $y = \dfrac{x^2+5x+5}{x+3}$ (C)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Tìm $M \in (C)$ để M có toạ độ nguyên.

3) Tìm M $\in$ (C) để khoảng cách từ M đến Ox gấp 2 lần khoảng cách từ M đến Oy.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Tìm m để hệ sau có nghiệm duy nhất: $\begin{cases} x^2 + (y+1)^2 \le m \\ (x+1)^2 + y^2 \le m \end{cases}$

2) Giải phương trình: $9^x + 2(x-2)3^x + 2x - 5 = 0$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Giải phương trình lượng giác: $\sin^3x.\cos3x + \cos^3x.\sin3x = \sin^34x$

2) Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chứng minh rằng:

$$tg\frac{A}{2}tg\frac{B}{2} + tg\frac{B}{2}tg\frac{C}{2} + tg\frac{C}{2}tg\frac{A}{2} = 1 \quad \text{và} \quad tg\frac{A}{2}tg\frac{B}{2}tg\frac{C}{2} \le \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

Câu4: (*1,5 điểm*)

1) Cho hàm số f liên tục trên (0; 1). Chứng minh: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)dx$

2) Sử dụng kết quả trên để tính: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{\sin x + \cos x}dx$ và $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{\sin x + \cos x}dx$

Câu5: (*2 điểm*)

Cho hai đường thẳng (d) và (Δ), biết phương trình của chúng như sau:

(d): $\begin{cases} 2x - y - 11 = 0 \\ x - y - z + 5 = 0 \end{cases}$ $\qquad$ (Δ): $\frac{x-5}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-6}{3}$

1) Xác định véctơ chỉ phương của đường thẳng (d).

2) Chứng minh rằng hai đường thẳng (d) và (Δ) cùng thuộc một mặt phẳng, viết phương trình mặt phẳng đó.

3) Viết phương trình chính tắc của hình chiếu song song của (d) theo phương (Δ) lên mặt phẳng: 3x - 2y - 2z - 1 = 0.

Đề số 150

Câu1: (*3,25 điểm*)

Cho hàm số: $y = x^3 - 2mx^2 + (2m^2 - 1)x + m(1 - m^2)$ (C_m)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số với m = 0.

2) Tìm điều kiện của m để đồ thị (C_m) có cực đại và cực tiểu. Khi đó hãy viết phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực đại và cực tiểu.

3) Tìm m để (C_m) cắt Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn 0.

4) Tìm m để (C_m) cắt Ox tại ba điểm có hoành độ lập thành cấp số cộng.

Câu2: (*2 điểm*)

1) Giải bất phương trình: $\sqrt{-3x^2-5x+2}+2x>3^x.2x\sqrt{-3x^2-5x+2}+(2x)^2 3^x$

2) Tìm m để $\dfrac{-x^2+3x-3}{(m-1)\left(\frac{1}{2}\right)^{-\cos^2 x}+2^{1+\sin^2 x}+2m}<0$ với $\forall x$

Câu3: (*2 điểm*)

1) Cho hai phương trình: $2\cos x\cos 2x = 1 + \cos 2x + \cos 3x$

$4\cos^2 x - \cos 3x = (a - 1)\cos x - |a-5|(1 + \cos 2x)$

Tìm a để hai phương trình trên tương đương.

2) Chứng minh rằng với $\forall x > 0$, ta đều có: $x-\dfrac{x^3}{6}<\sin x<x$

Câu4: (*0,75 điểm*)

Tính hệ số của số hạng chứa x^{25} trong khai triển $\left(x^2+xy\right)^{15}$

Câu5: (*2 điểm*)

1) Cho hai điểm P(2; 5) và Q(5; 1). Lập phương trình đường thẳng qua P sao cho khoảng cách từ Q tới đường thẳng đó bằng 3.

2) Tính chiều dài đường cao hạ từ đỉnh A của tứ diện có bốn đỉnh là A(2; 3; 1), B(4 ; 1; -2), C(6; 3; 7), D(-5; -4; 8).