CHƯƠNG I:HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

BÀI 1:CÁC HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

<u>I.Định Nghĩa</u>: Là hàm số có dạng $y=\sin x; y=\cos x; y=\tan x; y=\cot x$

<u>II.Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số lượng giác</u>

1. Tập xác định
2. Tập giá trị
3. Tính chẵn lẻ.
4. Tính chất tuần hoàn và chu kỳ
5. Sự biến thiên của hàm số
6. Đồ thị

BÀI 2:PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

<u>I.Định nghĩa</u>: Là phương trình có dạng: sinx=m;cosx=m;tanx=m;cotx=m

<u>II.Phương pháp giải</u>:

1.Phương trình sinx=m: (1)

a)Phương pháp:

+Nếu $|m|>1$ thì phương trình (1) vô nghiệm.

+Nếu $|m|\le 1$ thì phương trình (1) có nghiệm.Khi đó ta giải như sau:

*Khi $m\in\left\{\pm\frac{1}{2};\pm\frac{\sqrt{2}}{2};\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$ thì ta lần lượt thế m=sina ,với $a\in\left\{\pm\frac{\pi}{6};\pm\frac{\pi}{4};\pm\frac{\pi}{3}\right\}$,sau đó giải phương trình: $\sin x=\sin a\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a+k2\pi\\x=\pi-a+k2\pi\end{array}\right.$.

*Đặc biệt : $\sin x=0\Leftrightarrow x=k\pi$;$\sin x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi;\sin x=-1\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$.

*Nếu m không là các giá trị đăc biệt trên thì: $\sin x=m\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\arcsin m+k2\pi\\x=\pi-\arcsin m+k2\pi\end{array}\right.$

b)Cho các ví dụ cụ thể.

2.Phương trình cosx=m: (2)

a)Phương pháp:

+Nếu $|m|>1$ thì phương trình (2) vô nghiệm.

+Nếu $|m|\le 1$ thì phương trình (1) có nghiệm.Khi đó ta giải như sau:

*Khi $m\in\left\{\frac{1}{2};\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$ thì ta lần lượt thế m=cosa ,với $a\in\left\{\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{6}\right\}$,sau đó giải phương trình: $\cos x=\cos a\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a+k2\pi\\x=-a+k2\pi\end{array}\right.$.

*Đặc biệt : $\cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi$;$\cos x=1\Leftrightarrow x=k2\pi;\cos x=-1\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi$.

*Nếu m không là các giá trị đăc biệt trên thì: $\cos x=m\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\arccos m+k2\pi\\x=-\arccos m+k2\pi\end{array}\right.$

***Chú ý**: -cosa= cos($\pi-a$)

b)Cho các ví dụ cụ thể.

3.Phương trình tanx =m

a)Phương pháp:

+ $\tan x = \tan a \Leftrightarrow x = a + k\pi$ (có a đăc biệt sao cho tan a=m)

+ $\tan x = m \Leftrightarrow x = \arctan m + k\pi$ (không có a đặc biệt sao cho tan a=m)

b)Cho các ví dụ cụ thể.

4.Phương trình cotx =m

a)Phương pháp:

+ $\cot x = \cot a \Leftrightarrow x = a + k\pi$ (có a đăc biệt sao cho cot a=m)

+ $\cot x = m \Leftrightarrow x = \text{arc}\cot m + k\pi$ (không có a đặc biệt sao cho tan a=m)

b)Cho các ví dụ cụ thể.

Chú ý: +Nghiệm cần tìm cần dùng một đơn vị đo là độ hoặc radian

----

BÀI 3: MỘT SỐ DẠNG PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC ĐƠN GIẢN

****

PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT,BẬC HAI ĐỐI VỚI MỘT HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC.PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG-PHẢN XỨNG ĐỐI VỚI sinx và cosx

I.Định nghĩa:

Cho phương trình at+b=0 (1);at^2+bt+c=0 (2) với $a \neq 0$.Nếu thế t= sinx;cosx;tanx;cotx vào pt (1),(2) thì ta được các phương trình bậc nhất,bậc hai đối với một hàm số lượng giác.

II.Phương pháp giải

1)Phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác: Biến đổi đưa về phương trình cơ bản.

2)Phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác::

+Đặt t= sinx;cosx;tanx;cotx

+Chú ý: $-1 \leq \sin x; \cos x \leq 1$

*Đặc biệt: $+\sin^2 x = c \Leftrightarrow \dfrac{1-\cos 2x}{2} = c$; $\cos^2 x = c \Leftrightarrow \dfrac{1+\cos 2x}{2} = c$

$+at^2 + bt = 0 \Leftrightarrow t(at+b) = 0$

III.Các ví dụ:

IV Định Nghĩa:

*Nếu đặt $t = \sin x + \cos x = \sqrt{2}\cos\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right); |t| \leq \sqrt{2}$ thì phương trình (2) trở thành pt đối xứng dạng a(sinx+cosx)+bsinx.cosx+c=0.

* Nếu đặt $t = \sin x - \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right); |t| \leq \sqrt{2}$ thì phương trình (2) trở thành pt phản xứng dạng a(sinx-cosx)+bsinx.cosx+c=0.

PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT ĐỐI VỚI SINX VÀ COSX

I.Các ví dụ:

Nhắc lại : $\sin x + \cos x = \sqrt{2}\cos\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right); \sin x - \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$ (*)

Bài 1:Giải phương trình : $\sin x + \cos x = 1$; $\sin x - \cos x = -1$

Giải: Nhờ (*)

Bài 2: :Giải phương trình : $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 1$; $\sin x - \dfrac{\sqrt{3}}{3}\cos x = -1$.

Giải: Thay $\sqrt{3}=\tan\frac{\pi}{3};\frac{\sqrt{3}}{3}=\tan\frac{\pi}{6}$,sau đó dùng công thức cộng thu gọn.

Bài 3: :Giải phương trình : $\sqrt{2}\sin x+\cos x=1$

Giải: Chia hai vế của phương trình cho $\sqrt{3}=\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(1\right)^2}$.

Tổng quát bài 3: Gpt asinx+bcosx=0

II.Phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx

1)Định nghĩa: Phương trình bậc nhất đối với sinx ,cosx là phương trình có dạng:
asinx+bcosx=0 (*) ,trong đó $a,b,c\in R;a.b\neq 0$

2)Phương pháp giải:

+Chia 2 vế của phương trình (*) cho $\sqrt{a^2+b^2}$

+Đặt $\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}=\cos\alpha;\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sin\alpha$,dùng công thức cộng đưa về phương trình lgcb.

+Phương trình (*) có nghiệm khi $a^2+b^2\geq c^2$

3)Ví dụ: Cho phương trình $2\sin 2x+\sqrt{5}\cos 2x=m$.

a)Tìm m để phương trình có nghiệm.

b)Giải phương trình khi m=1

PHƯƠNG TRÌNH THUẦN NHẤT BẬC HAI ĐỐI VỚI SINX VÀ COSX

I.Kiểm tra bài cũ: Giải phương trình $2\sin 2x+\sqrt{5}\cos 2x=1$

+Suy luận:Nếu dùng công thức nhân đôi ta đưa phương trình $2\sin 2x+\sqrt{5}\cos 2x=1$ về dạng:

$$a\sin^2 x+b\sin x.\cos x+c\cos^2 x=0 .$$

II.Định nghĩa: Phương trình thuần nhất bậc hai đối với sinx và cosx là phương trình có dạng:

$a\sin^2 x+b\sin x.\cos x+c\cos^2 x=0$,trong đó $a\neq 0$ hoặc $b\neq 0$ hoặc $c\neq 0$.

III.Phương pháp giải:

Cách 1:Dùng công thức hạ bậc và công thức nhân đôi đưa về pt bậc nhất đối với sinx,cosx.

Cách 2: Nếu $\cos x\neq 0$ thì chia hai vế của pt cho $\cos^2 x$ hoặc Nếu $\sin x\neq 0$ thì chia hai vế của pt cho $\sin^2 x$

IV Ví dụ: Giải phương trình $4\sin^2 x-5\sin x\cos x-6\cos^2 x=0$.

V.Chú ý:

+Nếu a=0 hoặc b=0 thì đưa về phương trình tích.

+Nếu pt có dạng $a\sin^2 x+b\sin x.\cos x+c\cos^2 x=d$ thì thế $d=d(\sin^2 x+\cos^2 x)$

Gpt : $2\sin^2 x-5\sin x.\cos x-\cos^2 x=-2$

MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH DẠNG KHÁC

I.Phương pháp: Thực hiện các phép biến đổi lượng giác thích hợp để đưa về phương trình dạng quen thộc.

II.Ví dụ: Giải các phương trình

$a)\sin 2x.\sin 5x=\sin 3x.\sin 4x$

$b)\sin^2 x+\sin^2 3x=2\sin^2 2x$

$c)\tan 3x=\tan x$

$d)\cot 2x=\cot\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$

HD:

+câu a) Dùng công thức biến đổi tích thành tổng
+câu b) Dùng công thức hạ bậc
+phương trình c) và d) trước khi giải phải có điều kiện

ÔN TẬP CHƯƠNG I

CÁC DẠNG TOÁN

1. Tập xác định của hàm số lượng giác
2. Xét tính chẵn lẻ của hàm số lượng giác
3. Xét sự biến thiên của hàm số lượng giác
4. Tìm giá trị lớn nhật ,giá trị nhỏ nhất của hàm số lượng giác
5. Phương trình lượng giác

BÀI TẬP

Câu 1: Tìm Tập các định của hàm số

1) $y=\dfrac{1-\sin 3x}{\cos x}$

2) $y = \dfrac{\sqrt{1-\sin 5x}}{1+\cos 2x}$.

3) $y = \dfrac{1+\sin x}{\cos x}$.

4) $y=\dfrac{\cos x+1}{2\sin x-1}$

Câu 2: Tìm GTLN-GTNN của hàm số

1) $y = \sin^2 x + 2\cos x + 2$

2) $y= \dfrac{2+3\sin^2 x}{4}$

3) $y=3\sin(3x+\dfrac{\pi}{6})+4\cos(3x+\dfrac{\pi}{6})$

Câu 3: Giải các phương trình sau:

1) $\sin\left(\dfrac{\pi}{3}-x\right)=\dfrac{1}{2}$

2) $\tan x+1-2\cot x=0$

3) $2\sin x + 1 = 0$

4) $4\sin^2 x +2\sin 2x +2\cos^2 x = 1$

5) $\sin^3 x + \cos^3 x = \cos x$

$2\sin^2 x + \cos x – 1 = 0$

6) $\sin^3 x = \sin x + \cos x$

7) $2\sin(2x+30^0)-\sqrt{3}=0$

8) $\cos^2 x-2\sin x+2=0$

9) $\sqrt{3}\cos x-\sin x=\sqrt{3}$

10) $2\sin^2 x+3\sin x-5=0$

$\sin^2 x+\sin^2 3x=\cos^2 2x+\cos^2 4x$

11) $2\sin 2x - \sqrt{3} = 0$

12) $\sin^2 x + \sin 2x +\cos^2 x = 2$

13) $\sin(2x-1)+\cos\dfrac{\pi}{4}=0$.

14) $\sin 3x+\sqrt{3}\cos 3x=\sqrt{2}$.

15) $\sqrt{3}\sin 2x+2\cos^2 x=2$.

16) $6\sin^2 x – 5\cos x – 2 = 0$.

$\sin^3 x-\sqrt{3}\cos^3 x=\sin x.\cos^2 x-\sqrt{3}\sin^2 x.\cos x$

18) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sin^2 x}=3\cot x+\sqrt{3}$

19) $\cos 2x – 5\cos x + 3 = 0$

20) $\cos 2x+\cos x-2=0$

21) $\sqrt{3}\cos 2x-\sin 2x=\sqrt{3}$

22) $2\sin^2 x+3\cos x-3=0$

$\sin^2 x+\sin^2 2x=\sin^2 3x+\sin^2 4x$

$\sin^2 x+5\sin 2x+3\cos^2 x=-3$

$\sin x - \sqrt{3}\cos x = 2$

$\sin^3 x - \cos^3 x = \sin x - \cos x$

$2\sin(2x + 15^0).\cos(2x + 15^0) = 1$

$\cos 2x – 3\cos x + 2 = 0$

$\dfrac{\sin^2 x-2\sin 2x-5\cos^2 x}{2\sin x+\sqrt{2}}=0$