Phương pháp thường sử dụng khi giải phương trình lượng giác là thực hiện một số phép biến đổi lượng giác thích hợp kể cả việc biến đổi đại số để đưa PTLG về dạng phương trình lượng giác cơ bản hay các phương trình lượng giác thường gặp hoặc đưa về dạng phương trình tích hoặc đặt ẩn phụ để đưa về phương trình đại số bậc hai,bậc ba…;hoặc đôi khi còn phải sử dụng đến phương pháp đánh giá hai vế của phương trình. Để đạt được kết quả cao trong việc giải PTLG yêu cầu học sinh cần nắm vững các yêu cầu tối thiểu sau đây :

1)Học thuộc (hoặc thông qua suy luận) các công thức lượng giác,các cung, góc có liên quan đặc biệt,giá trị lượng giác của các cung(góc) đặc biệt.

2)Cần nắm vững cách giải PTLG cơ bản và các trường hợp đặc biệt.Cách giải các phương trình lượng giác thường gặp .

3)Phải có thói quen là đề cập đến TXĐ của phương trình (lấy điều kiện) trước khi tiến hành phép biến đổi và đối chiếu điều kiện khi có kết quả.

* Tại sao đề cập đến việc biến đổi thích hợp:Vì các đồng nhất thức lượng giác thường rất đa dạng.Chẳng hạn :

-Nếu cần biến đổi cos2x thì tuỳ theo đầu bài ta sẽ sử dụng một trong các đồng nhất sau:

$Cos2x = \cos^2x - \sin^2x = 2\cos^2x - 1 = 1 - 2\sin^2x$.

Ví dụ : Giải phương trình :

a) $\cos2x = \sin x - \cos x$ → biến đổi $Cos2x = \cos^2x - \sin^2x$

b) $\cos2x = \cos x$ → biến đổi $Cos2x = 2\cos^2x - 1$

c) $\cos2x = \sin x$ → biến đổi $Cos2x = 1 - 2\sin^2x$

-Nếu cần biến đổi $\cos^4x - \sin^4x$ thì tuỳ theo đầu bài ta sẽ sử dụng một trong các đồng nhất sau:

$\cos^4x - \sin^4x = \cos^2x - \sin^2x = Cos2x = 2\cos^2x - 1 = 1 - 2\sin^2x$.

*Cần chú ý đến các đồng nhất lượng giác thường gặp khi giải toán như:$1 \pm \sin2x = (\sin x \pm \cos x)^2$

$\cos^3x.\sin3x + \sin^3x.\cos3x = \frac{3}{4}\sin4x$

$\cos^4 x + \sin^4 x = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x = \frac{1+\cos^2 2x}{2} = \frac{3+\cos4x}{4}$

$\cos^6 x + \sin^6 x = 1 - \frac{3}{4}\sin^2 2x = \frac{1+3\cos^2 2x}{4} = \frac{5+3\cos4x}{8}$

* Cần chú ý đến các số hạng có chứa thừa số $(\cos x \pm \sin x)$ là: $\cos2x$; $\cos^3x + \sin^3x$; $\cos^4x - \sin^4x$; $\cos3x - \sin3x$; $1 + \tan x$; $\cot x - \tan x$; $\sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$….

* Các phép biến đổi lượng giác thường được tiến hành theo các hướng sau:

+Hạ bậc phương trình(nếu có).

+Đưa về cùng cung:

-Nếu cùng hàm và cùng cung thì tiến hành đặt ẩn phụ.

-Nếu cùng cung nhưng còn hai hàm sin và côsin thì thường biến đổi về phương trình tích

(Sử dụng các phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử như: đặt nhân tử chung,dùng hằng đẳng thức,nhóm hạng tử,nghiệm tam thức bậc hai)

-Nếu cùng cung và còn hai hàm sin ; côsin với bậc các hạng tử hơn,kém nhau 2n (với n là số tự nhiên) thì ta có thể chia hai vế của phương trình cho $\cos^k x$ hoặc $\sin^k x$ (k là bậc lớn nhất trong phương trình) để đưa phương trình đã cho về dạng còn chứa duy nhất hàm tang hoặc côtang của một cung rồi tiến hành đặt ẩn phụ.

* Khi đánh giá hai vế của phương trình thì các bất đẳng thức thường được dùng để ước lượng như: $|\sin x| \le 1$; $|\cos x| \le 1$;

$|a\sin x + b\cos x| \le \sqrt{a^2 + b^2}$;

$\sin^m x \pm \cos^n x \le \sin^2 x + \cos^2 x = 1$ (với $m, n \in N; m, n \ge 3$)

-Đối với phương trình $\sin ax \pm \sin bx = \pm 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin ax = \pm 1 \\ \pm \sin bx = \pm 1 \end{cases}$

(dấu ± lấy tương ứng)

Tương tự đối với pt : $\cos ax \pm \cos bx = \pm 1$; $\sin ax \pm \cos bx = \pm 2$

*Đôi lúc giải PTLG ta còn dùng phép đổi biến cho phần cung lượng giác .Chẳng hạn với phương trình :

$\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin 2x.\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$. Ta có thể đặt $t = x + \frac{\pi}{4}$

$$\begin{cases} 3x - \frac{\pi}{4} = 3t - \pi \Rightarrow \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin(3t - \pi) = -\sin 3t \\ 2x = 2t - \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin 2x = \sin\left(2t - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin 2t \end{cases}$$

Khi đó: $\sin3t = \sin2t.\sin t \Leftrightarrow 3\sin t - 4\sin^3 t = 2\cos t.\sin^2 t$ phương trình này ta có thể thực hiện nhiều cách giải dễ dàng.

* Chú ý: Đối với các công thức $\sin x \pm \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x \pm \frac{\pi}{4}\right)$;

các công thức nhân ba ; công thức hạ bậc theo tang của cung chia đôi khi dùng phải chứng minh .

❍ Nếu phương trình chứa nhiều hàm lượng giác khác nhau thì biến đổi tương đương về ph trình chỉ chứa một hàm lượng giác.

❍ Nếu phương trình chứa các hàm lượng giác của nhiều cung khác nhau thì biến đổi tương đương về phương trình chỉ chứa các hàm lượng giác của một cung.

Sau khi biến đổi như trên nếu phương trình nhận được không có dạng quen thuộc thì có thể đi theo hai hướng:

Hướng thứ nhất:

Biến đổi phương trình đã cho để đưa về việc giải phương trình đơn giản quen thuộc. Các phương pháp biến đổi gồm có:

- Phương pháp đặt ẩn phụ
- Phương pháp hạ bậc
- Phương pháp biến đổi thành phương trình tích
- Phương pháp tổng các số hạng không âm
- Phương pháp đánh giá
- Phương pháp hàm số

Hướng thứ hai

Dùng lập luận để khẳng định phương trình cần giải vô nghiệm

Bài 1 ĐHYD98 $(1+\tan x)\cos^3 x + (1+\cot x)\sin^3 x = \sqrt{2\sin 2x}$

ĐK: $\begin{cases} \sin x \ne 0; \cos x \ne 0 \\ \sin 2x \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin x.\cos x > 0$

$(pt) \Leftrightarrow \cos^3 x\left(\frac{\sin x + \cos x}{\cos x}\right) + \sin^3 x\left(\frac{\sin x + \cos x}{\sin x}\right) = \sqrt{2\sin 2x}$

$\Leftrightarrow \cos^2 x(\sin x + \cos x) + \sin^2 x(\sin x + \cos x) = \sqrt{2\sin 2x}$

$\Leftrightarrow \sqrt{2\sin 2x} = \sin x + \cos x \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x + \cos x > 0 \\ (\sin x + \cos x)^2 = 4\sin x.\cos x \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x > 0 \wedge \cos x > 0 \\ \sin^2 x + \cos^2 x = \sin 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x > 0 \wedge \cos x > 0 \\ \sin 2x = 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x > 0 \wedge Cos x > 0 \\ 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi; (k \in \mathbb{Z})$

Bài 2:A96 Giải phương trình: $\tan x - \tan x.\tan 3x = 2$

ĐK: $\begin{cases} \cos x \ne 0 \\ \cos 3x \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ne \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \ne \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \end{cases}; (k \in \mathbb{Z}).$

$(pt) \Leftrightarrow \tan x(\tan x - \tan 3x) = 2$

$\Leftrightarrow \tan x\frac{\sin(x - 3x)}{\cos x.\cos 3x} = 2 \Leftrightarrow \tan x\frac{-\sin 2x}{\cos x.\cos 3x} = 2$

$\Leftrightarrow \frac{\sin x}{\cos x}.\frac{-2\sin x.\cos x}{\cos x.\cos 3x} = 2 \Leftrightarrow \frac{-2\sin^2 x}{\cos x.\cos 3x} = 2$

$\Leftrightarrow -2\sin^2 x = \cos x.\cos 3x \Leftrightarrow \cos 2x - 1 = \cos 4x + \cos 2x$

$\Leftrightarrow \cos 4x = -1 \Leftrightarrow 4x = \pi + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Bài 3: ĐHHH96 Giải $\sqrt{5-3sin^2x-4cosx}=1-2cosx$

$$(pt)\Leftrightarrow\begin{cases}1-2cosx\ge 0\\5-3sin^2x-4cosx=(1-2cox)^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}cosx\le\dfrac{1}{2}\\5-3(1-cos^2x)-4cosx=1-4cosx+4cos^2x\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}cosx\le\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow cosx=-1\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi\\cos^2x=1\end{cases};\ (k\in\mathbb{Z}).$$

Bài 4:ĐHAN Giải phương trình: tanx + cotx = 4

$$\text{ĐK}\begin{cases}sinx\ne 0\\cosx\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow sinx.cosx\ne 0\Leftrightarrow sin2x\ne 0\Leftrightarrow x\ne\frac{k\pi}{2};(k\in\mathbb{Z})$$

$$(pt)\Leftrightarrow\frac{sinx}{cosx}.\frac{cos4x}{sin4x}=4\Leftrightarrow\frac{sin^2x+cos^2x}{sinx.cosx}=4\Leftrightarrow 1=4sinx.cosx$$

$$\Leftrightarrow sin2x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow sin2x=sin\frac{\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow\begin{bmatrix}2x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\2x=\pi-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=\dfrac{\pi}{12}+k\pi\\2x=\dfrac{5\pi}{12}+k\pi\end{bmatrix};(k\in\mathbb{Z}).$$

Bài 5: ĐHNT97 Giải phương trình: $2\tan x+\cot x=\sqrt{3}+\dfrac{2}{sin2x}$

$$\text{Đk: }\begin{cases}sinx\ne 0\\cosx\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow x\ne\frac{k\pi}{2}\ ;k\in\mathbb{Z}$$

Ta có: $\circ\tan x+\cot x=\dfrac{sinx}{cosx}+\dfrac{cosx}{sinx}=\dfrac{sin^2x+cos^2x}{sinx.cosx}=\dfrac{2}{sin2x}$

$$(pt)\Leftrightarrow\tan x+cotx+\tan x=\sqrt{3}+\frac{2}{sin2x}$$

$$\Leftrightarrow\tan x+\frac{2}{sin2x}=\sqrt{3}+\frac{2}{sin2x}\Leftrightarrow\tan x=\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+k\pi\ ;(k\in\mathbb{Z})$$

Bài 6:ĐHVHHN98 Giải phương trình:

$$cos10x+2cos^24x+6cos3x.cosx=cosx+8cosx.cos^33x$$

$$(pt)\Leftrightarrow cos10x+2cos^24x=cosx+2cosx(4cos^33x-3cos3x)$$

$$\Leftrightarrow cos10x+1+cos8x=cosx+cos10x+cos8x$$

$$\Leftrightarrow cosx=1\Leftrightarrow x=k2\pi\ ;(k\in\mathbb{Z}).$$

Bài 7:ĐHHVNH98 Giải phương trình: $sin^6x+cos^6x=cos4x$

$$sin^6x+cos^6x=(sin^2x+cos^2x)^3-3(sin^2x.cos^2x(sin^2x+cos^2x)$$

$$=1-\frac{3}{4}sin^22x=1-\frac{3}{4}(\frac{1-cos^24x}{2})=\frac{5}{8}+\frac{3}{8}cos4x$$

$$(pt)\Leftrightarrow\frac{5}{8}+\frac{3}{8}cos4x=cos4x\Leftrightarrow cos4x=1\Leftrightarrow x=\frac{k\pi}{2};(k\in\mathbb{Z}).$$

Bài 8:ĐHHN98 Giải $sin^3x.cosx=\dfrac{1}{4}+cos^3x.sinx$

$$(pt)\Leftrightarrow sinx.cosx(sin^2x-cos^2x)=\frac{1}{4}\Leftrightarrow 4sinx.cosx(-cos2x)=1$$

$$\Leftrightarrow sin4x=-1\Leftrightarrow 4x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}\ ;(k\in\mathbb{Z}).$$

Bài 9:Giải phương trình $cos^3x-4sin^3x-3cosx.sin^2x+sinx=0$

$$(pt)\Leftrightarrow cosx.cos^2x-4sin^3x-3cosx.sin^2x+sinx=0$$

$$\Leftrightarrow cosx(1-sin^2x)-4sin^3x-3cosx.sin^2x+sinx=0$$

$$\Leftrightarrow(cosx+sinx)-4sin^3x-4cosx.sin^2x=0$$

$$\Leftrightarrow(cosx+sinx)-4sin^2x(cosx+sinx)=0\Leftrightarrow(cosx+sinx)(1-4sin^2x)=0$$

$$\Leftrightarrow\begin{bmatrix}cosx+sinx=0\\1-4sin^2x=0\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}\sqrt{2}sin(x+\dfrac{\pi}{4})=0\\sin^2x=sin^2\dfrac{\pi}{6}\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\x=\pm\dfrac{\pi}{6}+m\pi\end{bmatrix};(k,m\in\mathbb{Z}).$$

Bài 10: Giải $\tan x.sin^2x-2sin^2x=3(cos2x+sinx.cosx)$

ĐK: $cosx\ne 0\Leftrightarrow x\ne\dfrac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$

$$(pt)\Leftrightarrow\frac{sin^3x}{cosx}-2sin^2x=3(cos^2x-sin^2x+sinx.cosx)$$

Chia 2 vế cho $\cos^2x\ne 0$ có $\tan^3x-2\tan^2x=3(1-\tan^2x+\tan x)$

$$\Leftrightarrow\tan^3x+\tan^2x-3\tan x-3=0\Leftrightarrow(\tan x+1)(\tan^2x-3)=0$$

$$\Leftrightarrow\begin{bmatrix}\tan x=1\\\tan^2x=3\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}\tan x=\tan(-\dfrac{\pi}{4})\\\tan^2x=\tan^2\dfrac{\pi}{3}\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\x=\pm\dfrac{\pi}{3}+m\pi\end{bmatrix};(m,k\in\mathbb{Z}).$$

1:A03/ $\cot x-1=\dfrac{\cos 2x}{1+\tan x}+\sin^2x-\dfrac{1}{2}\sin 2x\quad ds: x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi$

2:B03/ cotx - tanx + 4sin2x = $\dfrac{2}{\sin 2x}$ KQ: x=$\pm\frac{}{3}$+k

3:D03/ $\sin^2\left(\frac{x}{2}-\frac{}{4}\right)\tan^2x-\cos^2\frac{}{2}=0$ KQ: x = π; x=-$\frac{}{4}$+kπ

4:A04/ Tinh các góc của tam giác ABC không tù ,thoả mãn :

$\cos 2A+2\sqrt{2}\cos B+2\sqrt{2}\cos C=3$

Giải: $M=0\Leftrightarrow\begin{cases}A=90^o\\B=C=45^o\end{cases}$

5:B04/ 5sinx-2=3(1-sinx)tg²x. KQ: x = $\frac{\pi}{6}$+ k2 $=\frac{5\pi}{6}$+k2

6:D04/ (2cosx-1)(2sinx+cosx)=sin2x-sinx

KQ: x = $\pm\frac{\pi}{3}$ + k2 $\frac{\pi}{4}$

7:A05/ $Cos^23xcos2x-cos^2x=0$

Hd:hạ bậc đưa về pt bậc2 theo sin4x. Đs: x = k.π/2

8:B05: 1+ sinx + cosx +sin2x + cos2x = 0

$KQ: x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi;x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi$

9:D05/ $\cos^4x+\sin^4x+\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)-\frac{3}{2}=0$

$1-2\sin^2x.\cos^2x+[\sin\left(4x-\frac{\pi}{2}\right)+\sin 2x]-\frac{3}{2}=0;ds: x=\frac{\pi}{4}+k\pi$

10:db1.A05/ Tìm x∈(0;π): $4\sin^2\frac{x}{2}$-$\sqrt{3}\cos 2x=1+2\cos^2\left(x-\frac{3}{4}\right)$

x = $\frac{5}{18}$+ k $\frac{}{3}$ hay x = -$\frac{}{6}$ + h2 . KQ x ∈ $\left\{\frac{5}{18};\frac{}{18};\frac{}{6}\right\}$

(Chọn k = 0; k = 1; h = 1)

11:db2.A05/

$2\sqrt{2}\cos^3\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ - 3cosx - sinx = 0. KQ: x=$\frac{\pi}{2}$+k x=$\frac{\pi}{4}$+k

12:db2.B05/ $\tan\left(\frac{\pi}{2}+x\right)-3\tan^2x=\frac{\cos2x-1}{\cos^2x}$. KQ: x=-$\frac{\pi}{4}$+kπ

13:db1.D05/ $\tan\left(\frac{3}{2}-x\right)+\frac{}{1+\cos x}=2.$

KQ:x = $\frac{\pi}{6}$ + k2 $\frac{5\pi}{6}$

14:db2D05/ sin2x + cos2x + 3sinx - cosx - 2 = 0

KQ: x = $\frac{\pi}{2}$ + k2 $\frac{\pi}{6}$ $\frac{5\pi}{6}$ k2

15:A06/ $\frac{2\left(\cos^6 x + \sin^6 x\right) - \sin x.\cos x}{\sqrt{2} - 2\sin x} = 0$. KQ: x = $\frac{5}{4}$ + 2k

16:B06/ $\cot x + \sin x\left(1+\tan x.\tan\frac{x}{2}\right) = 4$. KQ: x= $\frac{}{12}$ +k $\frac{}{12}$

17:D06/ $\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0$. $KQ: x = k\pi; x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi$

18:db1.A06/ $\cos 3x.\cos^3 x - \sin 3x.\sin^3 x = \frac{2+2\sqrt{3}}{8}.KQ: x = \pm\frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{2}$

19:db2.A06/ $2\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) + 4\sin x + 1 = 0$. KQ: x= $\frac{7\pi}{6}$ +k2π; x=kπ

20:db1.B06/ $\left(2\sin^2 x - 1\right)\tg^2 2x + 3\left(2\cos^2 x - 1\right) = 0$. KQ: x = $\pm\frac{\pi}{6}$ +k $\frac{\pi}{2}$

21:db2.B06/ $\cos 2x + \left(1+2\cos x\right)\left(\sin x - \cos x\right) = 0$

KQ: x = $\frac{\pi}{4}$ + k $\frac{\pi}{2}$

22:db1.D06/ $\cos^3 x + \sin^3 x + 2\sin^2 x = 1$.

$KQ: x = -\frac{\pi}{4} + k\pi; x = k2\pi; x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$

23:db2.D06/ $4\sin^3 x + 4\sin^2 x + 3\sin 2x + 6\cos x = 0$.

KQ: x = -$\frac{\pi}{2}$ + k2 $\frac{2\pi}{3}$

24:A07/ $\left(1 + \sin^2 x\right)\cos x + \left(1 + \cos^2 x\right)\sin x = 1 + \sin 2x$

KQ: x = -$\frac{\pi}{4}$ + k $\frac{\pi}{2}$

25:B07/ $2\sin^2 2x + \sin 7x - 1 = \sin x$

$KQ: x = \frac{\pi}{8} + k2\pi; x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3}; x = \frac{5\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3}$

26:D07/ $\left(\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3}\cos x = 2$. KQ: x = $\frac{}{2}$ +k2 -$\frac{}{6}$ +k2

27:db1.A07/ $\sin 2x + \sin x - \frac{1}{2\sin x} - \frac{1}{\sin 2x} = 2\cot 2x$.

27: $KQ: x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$ 28: KQ: $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$

28:Db2.A07/ $2\cos^2 x + 2\sqrt{3}\sin x\cos x + 1 = 3\left(\sin x + \sqrt{3}\cos x\right)$.

29:db1.B07/ $\sin\left(\frac{5x}{2} - \frac{}{4}\right) - \cos\left(\frac{}{2} - \frac{}{4}\right) = \sqrt{2}\cos\frac{}{2}$.

$KQ: x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3}; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \pi + k2\pi$

30:db2.B07/ $\frac{\sin 2x}{\cos x} + \frac{\cos 2x}{\sin x} = \tan x - \cot x.; x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$

31:db1.D07/ $2\sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right)\cos x = 1.KQ: x = \frac{\pi}{4} + k\pi; x = \frac{\pi}{3} + k\pi$

32:db2.D07/ $\left(1 - \tan x\right)\left(1 + \sin 2x\right) = 1 + \tan x.KQ$: x=k $\frac{\pi}{4}$

33:A08/ $\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)} = 4\sin\left(\frac{7\pi}{4} - x\right)$.

$KQ: x = -\frac{\pi}{4} + k\pi; x = -\frac{\pi}{8} + k\pi; x = \frac{5\pi}{8} + k\pi$

34:B08/ $\sin^3 x - \sqrt{3}\cos^3 x = \sin x.\cos^2 x - \sqrt{3}\sin^2 x\cos x$

$KQ: x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$

35:D08/ $2\sin x(1+\cos 2x) + \sin 2x = 1 + 2\cos x$

$ds: x = \frac{\pi}{4} + k\pi; x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi$

36)Tham khảo 2004: $4(\sin^3 x + \cos^3 x) = \cos x + 3\sin x$.

37) Tham khảo 2004: $\frac{1}{\cos x} - \frac{1}{\sin x} = 2\sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

38)TK 2004: $\sin x + \sin 2x = \sqrt{3}\left(\cos x + \cos 2x\right)$

$x = 2\pi/9 + k2\pi/3; ..x = \pi + k2\pi$

Cao đẳng năm2006

1)$\sin^3 x + \cos^3 x = 2(\sin x + \cos x) - 1$. HD: t = sinx +cosx

2)$4\cos^2 x - 6\sin^2 x + 5\sin 2x - 4 = 0$. HD: tanx(tanx −1) = 0

3)$\sin^3 x = \sin x + \cos x$. HD: cosx(sinx.cosx −1) = 0

4) $1 + \cos 2x + \cos 4x = 0$. HD: cos2x(2cos2x −1) = 0

5) $2\sin^2 x - \cos x - 1 = 0$.

6) $2\sin x + \cos x = \sin 2x + 1$. HD: (1 − cosx)(2sinx −1) = 0

7) $\sin 2x + \cos 2x + \sin x - 2\cos^2 x/2 = 0$. HD (cosx –sinx)(2sinx−1)= 0

8)$\sin^3 x + \cos^3 x = 2(\sin^5 x + \cos^5 x)$ Đưa về dạng: $\cos 2x(\sin^3 x - \cos^3 x) = 0$

9)$2\cos^2 x + 5\sin x - 4 = 0$

10) (1+sinx)(1+cosx) = 2. HD: t = sinx + cosx

11) $\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3x}{2}\right) = 3.\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)$ Đặt $t = \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{4} - \frac{3x}{2} = \pi - 3t$

$pt \Leftrightarrow \sin\left(\pi - 3t\right) = 3\sin t \Leftrightarrow \sin 3t = 3\sin t \Leftrightarrow$

$3\sin t - 4\sin^3 t = 3\sin t \Leftrightarrow \sin t = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$

12)$\cos 7x + \sin 8x = \cos 3x - \sin 2x$. HD: sin5x(cos3x-sin2x) =0

13) $\sin^3 x + \cos^3 x = 1 - \frac{1}{2}\sin 2x$. HD: t = sinx +cosx

14) $2\left(\sin x - \cos x\right)^2 = tg\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

$\Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\left(2\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right.$

15) $\sin^4 x - \cos^4 x = 2\sqrt{3}\sin x.\cos x + 1 \Leftrightarrow \cos 2x - \sqrt{3}\sin 2x = 1$

Phương pháp đổi biến: Để giải phương trình lượng giác bằng phương pháp đổi biến, ta sử dụng biến t để chuyển phương trình ban đầu về chứa các cung t, 2t, 3t,…, kt, rồi sử dụng các công thức góc nhân đôi, nhân ba,…

<u>Ví dụ 1</u>: Giải $\sin(2x - \frac{\pi}{3}) = 5\sin(x - \frac{\pi}{6}) + \cos 3x$ (1)

Đặt t = x - $\frac{\pi}{6}$ $\Rightarrow$ 2x - $\frac{\pi}{3}$ = 2t và 3x = 3t + $\frac{\pi}{2}$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow \sin 2t = 5\sin t + \cos(3t + \frac{\pi}{2}) \Leftrightarrow \sin 2t = 5\sin t - \sin 3t$

$\Leftrightarrow \sin 3t + \sin 2t = 5\sin t \Leftrightarrow 3\sin t - 4\sin^3 t + 2\sin t.\cos t = 5\sin t$

$\Leftrightarrow (3 - 4\sin^2 t + 2\cos t - 5)\sin t = 0 \Leftrightarrow (2\sin^2 t - \cos t + 1)\sin t = 0$

$\Leftrightarrow (2\cos^2 t + \cos t - 3)\sin t = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin t = 0 \\ \cos t = 1 \\ \cos t = -\frac{3}{2} \text{ (loại)} \end{array}\right. \Leftrightarrow \sin t = 0 \Leftrightarrow t = k\pi \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} = k\pi$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

<u>Ví dụ 2</u>: Giải $\sin(\frac{3\pi}{10} - \frac{x}{2}) = \frac{1}{2}\sin(\frac{\pi}{10} + \frac{3x}{2})$ (2)

Đặt t = $\frac{3\pi}{10}-\frac{x}{2} \Rightarrow \pi - 3t = \frac{\pi}{10}+\frac{3x}{2}$. (2) $\Leftrightarrow$ sint = $\frac{1}{2}\sin(\pi-3t)$

$\Leftrightarrow$ 2sint = sin3t $\Leftrightarrow$ 2sint = 3sint - 4sin^{3}t $\Leftrightarrow$ 4sin^{3}t - sint = 0 $\Leftrightarrow$

(4sin^{2}t - 1)sint = 0 $\Leftrightarrow$ (1 - 2cos2t)sint = 0

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin t = 0\\ \cos 2t = \frac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t = k\pi\\ 2t = \pm\frac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t = k\pi\\ t = \pm\frac{\pi}{6}+k\pi\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{3\pi}{10}-\frac{x}{2} = k\pi\\ \frac{3\pi}{10}-\frac{x}{2} = \frac{\pi}{6}+k\pi\\ \frac{3\pi}{10}-\frac{x}{2} = -\frac{\pi}{6}+k\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{3\pi}{5}-k2\pi\\ x = \frac{4\pi}{15}-k2\pi\\ x = \frac{14\pi}{15}-k2\pi\end{array}\right. ,k\in\mathbb{Z}$$

Ví dụ 3: Giải sin(3x - $\frac{\pi}{4}$) = sin2x.sin(x + $\frac{\pi}{4}$) (3)

Đặt t = x + $\frac{\pi}{4}$ suy ra $\left\{\begin{array}{l}3x-\frac{\pi}{4} = 3t-\pi\\ 2x = 2t-\frac{\pi}{2}\end{array}\right.$

(2) $\Leftrightarrow$ sin(3t - π) = sin(2t - $\frac{\pi}{2}$).sint $\Leftrightarrow$ - sin3t = - cos2t. sint

$\Leftrightarrow$ 3sint - 4sin^{3}t = (1 - 2sin^{2}t)sint $\Leftrightarrow$ sin^{3}t - sint = 0

$\Leftrightarrow$ (sin^{2}t - 1)sint = 0 $\Leftrightarrow$ cos^{2}t.sint = 0 $\Leftrightarrow$ cost.sint = 0

$\Leftrightarrow$ sin2t = 0 $\Leftrightarrow$ 2t = kπ $\Leftrightarrow$ t = $\frac{k\pi}{2}$ $\Leftrightarrow$ x + $\frac{\pi}{4} = \frac{k\pi}{2}$

$\Leftrightarrow$ x = - $\frac{\pi}{4} = \frac{k\pi}{2}$, k $\in \mathbb{Z}$. Vậy phương trình có 1 nghiệm

Ví dụ 4: Giải 2cos($x+\frac{\pi}{6}$) = sin3x - cos3x (4)

Đặt t = $x+\frac{\pi}{6} \Rightarrow$ 3x = 3t - $\frac{\pi}{2}$

(4) $\Leftrightarrow$ 2cost = sin(3t - $\frac{\pi}{2}$) - cos(3t - $\frac{\pi}{2}$) $\Leftrightarrow$ 2cost = - cos3t - sin3t

$\Leftrightarrow$ 2cost = - (4cos^{3}t - 3cost) - (3sint - 4sin^{3}t)

$\Leftrightarrow$ 4cos^{3}t - cost + 3sint - 4sin^{3}t = 0 (5)

Ta xét hai trường hợp:

TH1: Với cost = 0 $\Leftrightarrow$ t = $\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

Khi đó phương trình có dạng: 3sin($\frac{\pi}{2}+k\pi$) - 4sin^3($\frac{\pi}{2}+k\pi$) = 0

(Vô lý). Vậy t = $\frac{\pi}{2}+k\pi$ không là nghiệm của phương trình.

TH2: Với cost $\neq$ 0 $\Leftrightarrow$ t $\neq \frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

Chia cả hai vế của phương trình (5) cho cos^{3}t, ta được:

$4-(1+\tan^2 t)+3(1+\tan^2 t)\tan t-4\tan^3 t=0 \Leftrightarrow \tan^3 t+\tan^2 t-3\tan t-3 = 0$

$$\Leftrightarrow (\tan t + 1)(\tan^2 t - 3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan t = -1\\ \tan t = \sqrt{3}\\ \tan t = -\sqrt{3}\end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\left[\begin{array}{l}t = -\frac{\pi}{4}+k\pi\\ t = \frac{\pi}{3}+k\pi\\ t = -\frac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x+\frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x+\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}+k\pi\\ x+\frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = -\frac{5\pi}{12}+k\pi\\ x = \frac{\pi}{6}+k\pi\\ x = -\frac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right. , k\in\mathbb{Z}$$

Vậy phương trình có 3 họ nghiệm.

Giải phương trình lượng giác bằng công thức hạ bậc.

Để giải phương trình lượng giác bằng công thức hạ bậc, ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Đặt điều kiện để phương trình có nghĩa.

Bước 2: Thực hiện hạ bậc của phương trình bằng việc sử dụng các công thức:

Ví dụ 1: Giải sin^{2}4x - cos^{2}6x = sin(10x + $\frac{21\pi}{2}$) (1)

Phương trình (1) $\Leftrightarrow \frac{1-\cos 8x}{2}-\frac{1+\cos 12x}{2} = \sin(10x+\frac{\pi}{2}+10\pi)$

$\Leftrightarrow$ 2cos10x + cos12x + cos8x = 0

$\Leftrightarrow$ 2cos10x + 2cos10x.cos2x = 0

$\Leftrightarrow$ (cos2x + 1)cos10x = 0

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x = -1\\ \cos 10x = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x = \pi+k2\pi\\ 10x = \frac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{2}+k\pi\\ x = \frac{\pi}{20}+\frac{k\pi}{10}\end{array}\right. , k\in\mathbb{Z}$$

Ví dụ 2: Giải phương trình sin^{2}3x - cos^{2}4x = sin^{2}5x - cos^{2}6x (2)

Sử dụng công thức hạ bậc ta có:

(2) $\Leftrightarrow \frac{1-\cos 6x}{2}-\frac{1-\cos 8x}{2} = \frac{1-\cos 10x}{2}-\frac{1-\cos 12x}{2}$

$\Leftrightarrow$ (cos12x - cos6x) + (cos10x - cos8x) = 0

$\Leftrightarrow$ - 2sin9x.sin3x - 2sin9x.sinx = 0 $\Leftrightarrow$ - 2sin9x(sin3x + sinx) = 0

$\Leftrightarrow$ - 4sin9x.sin2x.cosx

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 9x = 0\\ \sin 2x = 0\\ \cos x = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 9x = 0\\ \sin 2x = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{k\pi}{9}\\ x = \frac{k\pi}{2}\end{array}\right. , k\in\mathbb{Z}$$

Với những phương trình chứa số lẻ các nhân tử bậc cao (giả sử bằng 3). Thông thường ta không đi hạ bậc tất cả các nhân tử đó mà chỉ chọn ra hai nhân tử để hạ bậc. Cụ thể ta xét ví dụ sau:

Ví dụ 3: Giải phương trình sin^{2}3x - sin^{2}2x - sin^{2}x = 0 (3)

(3) $\Leftrightarrow \frac{1-\cos 6x}{2}-\sin^2 2x-\frac{1-\cos 2x}{2} = 0$

$\Leftrightarrow$ (cos6x−cos2x) + 2sin^{2}2x = 0 $\Leftrightarrow$ -2 sin4x.sin2x + 2sin^{2}2x = 0

$\Leftrightarrow$ - 2sin2x(sin4x - sin2x) = 0 $\Leftrightarrow$

$$\left[\begin{array}{l}\sin 2x = 0\\ \sin 4x = \sin 2x\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{k\pi}{2}\\ x = \frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3}\end{array}\right. , k\in\mathbb{Z}$$

Ví dụ 4: Giải phương trình: sin^{3}2x .cos6x + sin6x .cos^{3}2x = $\frac{3}{8}$

Ta có thể lựa chọn một trong hai cách sau để biến đổi cho VT:

Cách 1: Ta có: VT = sin^{2}2x.sin2x.cos6x + sin6x.cos2x.cos^{2}2x

= (1 - 2cos^{2}x).sin2x.cos6x + sin6x.cos2x.(1 - 2sin^{2}2x)

= sin2x.cos6x + sin6x.cos2x - cos^{2}2x.sin2x.cos6x - sin6x.cos2x.sin^{2}2x

= sin8x - cos2x.sin2x.(cos2x.cos6x + sin6x.sin2x)

= sin8x - $\frac{1}{2}$sin4x.cos4x = $\frac{3}{4}$sin8x

Cách 2: Ta có:

VT = $\frac{1}{4}$(3sin2x - sin6x)cos6x + $\frac{1}{4}$(3cos2x + cos6x).sin6x

= $\frac{3}{4}$(sin2x.cos6x + cos2x.sin6x) = $\frac{3}{4}$sin8x

Phương trình được biến đổi về dạng:

$\frac{3}{4}$sin8x = $\frac{3}{8} \Leftrightarrow$ sin8x = $\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{48}+\frac{k\pi}{4}\\ x = \frac{5\pi}{48}+\frac{k\pi}{4}\end{array}\right. , k\in\mathbb{Z}$.

Phương trình lượng giác

Loại 1. Phương trình bậc nhất, bậc hai , bậc cao với 1 hàm số lượng giác

Cách giải chung.

b1. Đặt HSLG theo t (với t = sinx hoặc t = cosx thì có đk $|t| \le 1$)

b2. Giải phương trình theo t (chẳng hạn f(t) = 0)

b3. Chọn t thoả mãn điều kiện và giải theo phương trình lượng giác cơ bản để tìm x

Chú ý:

1.Phương trình cơ bản. ($k \in \mathbb{Z}$)

$\sin u = \sin v \Leftrightarrow \begin{cases} u = v + 2k\pi \\ u = \pi - v + 2k\pi \end{cases}$	$\cos u = \cos v \Leftrightarrow u = \pm v + 2k\pi$
$\tan u = \tan v \Leftrightarrow u = v + k\pi$	$\cot u = \cot v \Leftrightarrow u = v + k\pi$

Đặc biệt: (cần ghi nhớ) ($k \in \mathbb{Z}$)

∘ $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$ ∘ $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ ∘ $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$

∘ $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ∘ $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$ ∘ $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$

∘ $\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$ ∘ $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ ∘ $\tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$

2. Phương trình bậc nhất theo 1 HSLG

$a.\sin x + b = 0 \quad (a \ne 0)$ $\Leftrightarrow \sin x = -\frac{b}{a} = \sin\alpha$ (nếu $\left\|\frac{b}{a}\right\| \le 1$)	$a.\cos x + b = 0 \quad (a \ne 0)$ $\Leftrightarrow \cos x = -\frac{b}{a} = \cos\alpha$ (nếu $\left\|\frac{b}{a}\right\| \le 1$)
$a.\tan x + b = 0 \ (a \ne 0)$ $\Leftrightarrow \tan x = -\frac{b}{a} = tg\alpha$	$a.\cot x + b = 0 \ (a \ne 0)$ $\Leftrightarrow \cot x = -\frac{b}{a} = \cot g\alpha$

3.phương trình bậc hai theo 1 HSLG

$a.\sin^2 x + b.\sin x + c = 0$ (3.1)

$a.\cos^2 x + b.\cos x + c = 0$ (3.2)

$a.\tan^2 x + b.\tan x + c = 0$ (3.3)

$a.\cot^2 x + b.\cot x + c = 0$ (3.4)

Cách giải.

b1.Dùng ẩn phụ:

(3.1) Đặt X = sinx ; (3.2) Đặt X = cosx , ĐK:$-1 \le X \le 1$

(3.3) Đặt X = tanx ; (3.4) Đặt X = cotx

ta được phương trình **$a.X^2 + b.X + c = 0$** (2)

b2.Giải (2) tìm $X = X_0$ (**chọn nghiệm**)

b3.Dùng phương trình cơ bản giải phương trình tìm x. Kết luận

4. Phương trình bậc hai theo 1 HSLG

$a.\sin^3 x + b.\sin^2 x + c.\sin x + d = 0$ (4.1)

$a.\cos^3 x + b.\cos^2 x + c.\cos x + d = 0$ (4.2)

$a.\tan^3 x + b.\tan^2 x + c.\tan x + d = 0$ (4.3)

$a.\cot^3 x + b.\cot^2 x + c.\cot x + d = 0$ (4.4)

Cách giải:

b1.Dùng ẩn phụ:

(4.1) Đặt X = sinx , $-1 \le X \le 1$ (4.2) Đặt X = cosx , $-1 \le X \le 1$

(4.3) Đặt X = tanx

(4.4) Đặt X = cotx

ta được phương trình **$a.X^3 + b.X^2 + c.X + d = 0 = 0$** (2)

b2.Giải (2) tìm $X = X_0$ (**chọn nghiệm**)

b3.Dùng phương trình cơ bản giải phương trình tìm x. Kết luận

BT1. Giải các phương trình sau:

1/. $\begin{cases} 2\cos 2x - 4\cos x = 1 \\ \sin x \ge 0 \end{cases}$

2/. $4\sin^3 x + 3\sqrt{2}\sin 2x = 8\sin x$

3/. $4\cos x.\cos 2x + 1 = 0$

4/. $\begin{cases} 1 - 5\sin x + 2\cos 2x = 0 \\ \cos x \ge 0 \end{cases}$

5/. Cho $3\sin^3 x - 3\cos^2 x + 4\sin x - \cos 2x + 2 = 0$ (1) và $\cos^2 x + 3\cos x(\sin 2x - 8\sin x) = 0$ (2). Tìm n_0 của (1) đồng thời là n_0 của (2)

6/. $\sin 3x + 2\cos 2x - 2 = 0$

7/. $\sin^6 x + \cos^4 x = \cos 2x$

8/. $\sin(2x + \frac{5\pi}{2}) - 3\cos(x - \frac{7\pi}{2}) = 1 + 2\sin x$

9/. $\cos 2x + 5\sin x + 2 = 0$

10/. $\cos 2x + 3\cos x + 2 = 0$

11/. $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$

12/. $\cos^2 x + \sin x + 1 = 0$

13/. $\sqrt{3}\tan^2 x - (1 + \sqrt{3})\tan x + 1 = 0$

14/. $\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0$

15/. $\cos^2 3x\cos 2x - \cos^2 x = 0$

16/. $\cos 3x - 4\cos 2x + 3\cos x - 4 = 0$

Loại 2. Phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx
dạng: asinx + bcosx = c (1)

Điều kiện có nghiệm	Điều kiện vô nghiệm
(1) có nghiệm $\Leftrightarrow a^2 + b^2 \ge c^2$	**(1)** vô nghiệm $\Leftrightarrow a^2 + b^2 < c^2$.

Cách giải 1:

b1.Chia 2 vế của (1) cho $\sqrt{a^2 + b^2}$

b2.Biến đổi về dạng: sinu = sinv (hoặc cosu = cosv) (2)

b3.Giải (2) và kết luận.

Chú ý:

Sau khi biến đổi asinx + bcosx thành dạng C. $\sin(x + \alpha)$ hoặc C. $\cos(x + \beta)$ ta có thể dùng máy tính cầm tay (MTCT) để tính nghiệm của phương trình.

Cách giải 2:

b1. Chia 2 vế của (1) cho a. Đặt $tg\alpha = \frac{b}{a}$

b2.Biến đổi về dạng: sinu = sinv (hoặc cosu = cosv) (2)

b3.Giải (2) và kết luận.

Cách giải 3:

b1. Đặt $t = tg\frac{x}{2}$, với $\sin x = \frac{2t}{1 + t^2}$, $\cos x = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$

b2. Giải phương trình bậc hai theo t: $(b + c)t^2 - 2at - b + c = 0$

b3. Kết luận

Đặc biệt : $\sin x \pm \cos x = \sqrt{2}\sin(x \pm \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}\cos(x \mp \frac{\pi}{4})$

BT2. Giải các phương trình sau

1/. $3\cos x + 4\sin x = -5$

2/. $2\sin 2x - 2\cos 2x = \sqrt{2}$

3/. $5\sin 2x - 6\cos^2 x = 13$

4/ $2\sin 15x + \sqrt{3}\cos 5x + \sin 5x = 4$

5/ $\cos 7x - \sqrt{3}\sin 7x + \sqrt{2} = 0$. Tìm nghiệm $x \in (\frac{2\pi}{5}; \frac{6\pi}{7})$

6/ $(\cos 2x - \sqrt{3}\sin 2x) - \sqrt{3}\sin x - \cos x + 4 = 0$

Loai 3. Phương trình đẳng cấp đối với sin x và cosx
dạng: $a.\sin^2 x + b.\sin x\cos x + c.\cos^2 x = d$ (1)

Cách giải 1:

b1.Tìm nghiệm cosx = 0

b2.Với cosx ≠ 0.Chia 2 vế của (1) cho $\cos^2 x$, ta được:

$a.\tan^2 x + b.\tan x + c = d.(1 + \tan^2 x)$ (2)

b3.Giải (2) và kết luận.

Cách giải 2:

b1.Dùng công thức nhân đôi, hạ bậc

b2.Biến đổi (1) về dạng: **$A.\sin 2x + B.\cos 2x = C$ (2)**

(pt. bậc nhất theo sin2x và cos2x)

b3.Giải (2) và kết luận.

Chú ý: Đối với phương trình đẳng cấp bậc 3:

$a\sin^3 x + b\sin^2 x\cos x + c\sin x\cos^2 x + d.\cos^3 x = e$

Cách giải.

b1.Tìm nghiệm cosx = 0

b2.Với cosx ≠ 0.Chia 2 vế của (1) cho $\cos^3 x$, ta được:

$a.\tan^3 x + b.\tan^2 x + c.\tan x + d = e.(1 + \tan^2 x)$ (2)

b3.Giải (2) và kết luận.

BT3. Giải các phương trình sau

1/ $3\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x\cos x + 2\cos^2 x = 2$

2/ $4\sin^2 x + 3\sqrt{3}\sin x\cos x - 2\cos^2 x = 4$

3/ $3\sin^2x+5\cos^2x-2\cos2x-4\sin2x=0$

4/ $2\sin^2x+6\sin x\cos x+2(1+\sqrt{3})\cos^2x-5-\sqrt{3}=0$

5/ $\tan x\sin^2x-2\sin^2x=3(\cos2x+\sin x\cos x)$ 6/ $\sin^3(x-\pi/4)=\sqrt{2}\sin x$

7/ $3\cos^4x-4\sin^2x\cos^2x+\sin^4x=0$ 8/ $\sin x-4\sin^3x+\cos x=0$

9/ $4\cos^3x+2\sin^3x-3\sin x=0$ 10/ $2\cos^3x=\sin3x$

11/ $\cos^3x-\sin^3x=\cos x+\sin x$ 12/ $\sin x\sin2x+\sin3x=6\cos^3x$

Loại 4. Phương trình đối xứng và gần đối với sinx và cosx

4.1 dạng: $a.(\sin x+\cos x)+b.\sin x\cos x=c$ (1)

Cách giải:

b1.Đặt $X=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})$ ta có:

$$|X|\le\sqrt{2} \text{ và } \sin x\cos x=\frac{X^2-1}{2}$$

b2.Biến đổi (1) thành phương trình bậc hai theo X (2)

b3.Giải (2) và kết luận.

4.2 dạng: $a.(\sin x-\cos x)+b.\sin x\cos x=c$ (1)

Cách giải:

b1.Đặt $X=\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4})$, ta có:

$$|X|\le\sqrt{2} \text{ và } \sin x\cos x=\frac{1-X^2}{2}$$

b2.Biến đổi (1) thành phương trình bậc hai theo X (2)

b3.Giải (2) và kết luận.

BT4. Giải các phương trình sau

1/. $\sin^3x+\cos^3x=2\sin x\cos x+\sin x+\cos x$ 2/. $1-\sin^3x+\cos^3x=\sin2x$

3/. $2\sin x+\cot x=2\sin2x+1$ 4/. $\sqrt{2}\sin2x(\sin x+\cos x)=2$

5/. $(1+\sin x)(1+\cos x)=2$ 6/. $\sqrt{2}(\sin x+\cos x)=\tan x+\cot x$

7/. $1+\sin^32x+\cos^32x=\frac{3}{2}\sin4x$ 8/. $3(\cot x-\cos x)-5(\tan x-\sin x)=2$

9/. $\cos^4x+\sin^4x-2(1-\sin^2x\cos^2x)\sin x\cos x-(\sin x+\cos x)=0$

Loại 5. Giải phương trình lượng giác bằng phương pháp hạ bậc

Công thức hạ bậc 2	Công thức hạ bậc 3
$\cos^2x=\frac{1+\cos2x}{2}$; $\sin^2x=\frac{1-\cos2x}{2}$	$\cos^3x=\frac{3\cos x+\cos3x}{4}$; $\sin^3x=\frac{3\sin x-\sin3x}{4}$

BT5. Giải các phương trình sau

1/. $\sin^2x+\sin^23x=\cos^22x+\cos^24x$

2/. $\cos^2x+\cos^22x+\cos^23x+\cos^24x=3/2$ 3/. $\sin^2x+\sin^23x-3\cos^22x=0$

4/. $\cos3x+\sin7x=2\sin^2(\frac{\pi}{4}+\frac{5x}{2})-2\cos^2\frac{9x}{2}$

5/. $\sin^24x+\sin^23x=\cos^22x+\cos^2x$, với $x\in(0;\pi)$

6/. $\sin^24x-\cos^26x=\sin(10,5\pi+10x)$ với $x\in(0;\frac{\pi}{2})$

7/. $\cos^4x-5\sin^4x=1$ 8/. $4\sin^3x-1=3-\sqrt{3}\cos3x$

9/. $\sin^22x+\sin^24x=\sin^26x$ 10/. $\sin^2x=\cos^22x+\cos^23x$

11/. $4\sin^3x\cos3x+4\cos^3x\sin3x+3\sqrt{3}\cos4x=3$

12/. $2\cos^22x+\cos2x=4\sin^22x\cos^2x$

13/. $\cos4x\sin x-\sin^22x=4\sin^2(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2})-7/2$, với $|x-1|<3$

14/. $2\cos^32x-4\cos3x\cos^3x+\cos6x-4\sin3x\sin^3x=0$

15/. $\sin^3x\cos3x+\cos^3x\sin3x=\sin^34x$ 16/. $8\cos^3(x+\frac{\pi}{3})=\cos3x$

17/. $\cos10x+2\cos^24x+6\cos3x\cos x=\cos x+8\cos x\cos^23x$

18/. $\cos7x+\sin^22x=\cos^22x-\cos x$ 19/. $\sin^2x+\sin^22x+\sin^23x=3/2$

20/. $3\cos4x-2\cos^23x=1$

Loại 6. Phương trình lượng giác giải bằng các hằng đẳng thức

$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$	$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$
$a^4-b^4=(a^2+b^2)(a^2-b^2)$	$a^8+b^8=(a^4+b^4)^2-2a^4b^4$
$a^6-b^6=(a^2-b^2)(a^4+a^2b^2+b^4)$	$a^6+b^6=(a^2+b^2)(a^4-a^2b^2+b^4)$

BT6. Giải các phương trình sau

1/. $\sin^4\frac{x}{2}+\cos^4\frac{x}{2}=1-2\sin x$ 2/. $\cos^3x-\sin^3x=\cos^2x-\sin^2x$

3/. $\cos^3x+\sin^3x=\cos2x$ 4/. $\cos^6x-\sin^6x=\frac{13}{8}\cos^22x$

5/. $\sin^4x+\cos^4x=\frac{7}{8}\cot(x+\frac{\pi}{3})\cot(\frac{\pi}{6}-x)$ 6/. $\cos^6x+\sin^6x=2(\cos^8x+\sin^8x)$

7/. $\cos^3x+\sin^3x=\cos x-\sin x$ 8/. $\cos^6x+\sin^6x=\cos4x$

9/. $\sin x+\sin^2x+\sin^3x+\sin^4x=\cos x+\cos^2x+\cos^3x+\cos^4x$

10/. $\cos^8x+\sin^8x=\frac{1}{8}$ 11/. $(\sin x+3)\sin^4\frac{x}{2}-(\sin x+3)\sin^2\frac{x}{2}+1=0$

Loại 7. Phương trình lượng giác biến đổi về dạng tích bằng 0

Cách giải: Dùng công thức $f(x).g(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=0\\g(x)=0\end{array}\right.$

BT7. Giải các phương trình sau

1/. $\cos2x-\cos8x+\cos4x=1$

2/. $\sin x+2\cos x+\cos2x-2\sin x\cos x=0$

3/. $\sin2x-\cos2x=3\sin x+\cos x-2$

4/. $\sin^3x+2\cos x-2+\sin^2x=0$

5/. $3\sin x+2\cos x=2+3\tan x$

6/. $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin2x+\sqrt{2}\cos^2x+\sqrt{6}\cos x=0$

7/. $2\sin2x-\cos2x=7\sin x+2\cos x-4$

8/. $\cos^8x+\sin^8x=2(\cos^{10}x+\sin^{10}x)+\frac{5}{4}\cos2x$

9/. $1+\sin x+\cos3x=\cos x+\sin2x+\cos2x$

10/. $1+\sin x+\cos x+\sin2x+\cos2x=0$

11/. $\sin^2x(\tan x+1)=3\sin x(\cos x-\sin x)+3$

12/. $\cos^3x+\cos^2x+2\sin x-2=0$ 13/. $\cos2x-2\cos^3x+\sin x=0$

14/. $\sin2x=1+\sqrt{2}\cos x+\cos2x$ 15/. $\cos x(\cos4x+2)+\cos2x-\cos3x=0$

16/. $1+\tan x=\sin x+\cos x$ 17/. $(1-\tan x)(1+\sin2x)=1+\tan x$

18/. $\cot x-\tan x=\cos x+\sin x$ 19/. $9\sin x+6\cos x-3\sin2x+\cos2x=8$

Loại 8. Phương trình LG phải thực hiện công thức nhân đôi, hạ bậc

$\cos2x=\cos^2x-\sin^2x=2\cos^2x-1=1-2\sin^2x$ $\sin2x=2\sin x\cos x$ $\tan2x=\frac{2\tan x}{1-\tan^2x}$	$\sin x=\frac{2t}{1+t^2}$; $\cos x=\frac{1-t^2}{1+t^2}$ $\tan x=\frac{2t}{1-t^2}$

BT8. Giải các phương trình sau

1/. $\sin^3x\cos x=\frac{1}{4}+\cos^3x\sin x$ 2/. $\cos x\cos2x\cos4x\cos8x=1/16$

3/. $\tan x+2\cot2x=\sin2x$ 4/. $\sin2x(\cot x+\tan2x)=4\cos^2x$

5/. $\sin4x=\tan x$ 6/. $\sin2x+2\tan x=3$

7/. $\sin2x+\cos2x+\tan x=2$ 8/. $\tan x+2\cot2x=\sin2x$

9/. $\cot x=\tan x+2\cot2x$ 10/. $\tan2x+\sin2x=\frac{3}{2}\cot x$

11/. $(1+\sin x)^2=\cos x$ 12/. $\sin^24x+\sin^23x=\sin^22x+\sin^2x$

13/. $\cos^2x+\cos^22x+\cos^23x+\cos^24x=2$

Loại 9. Phương trình LG phải thực hiện phép biến đổi tổng_tích và tích_tổng

1. Công thức biến đổi tổng thành tích

$\cos a+\cos b=2\cos\frac{a+b}{2}.\cos\frac{a-b}{2}$	$\cos a-\cos b=-2\sin\frac{a+b}{2}.\sin\frac{a-b}{2}$
$\sin a+\sin b=2\sin\frac{a+b}{2}.\cos\frac{a-b}{2}$	$\sin a-\sin b=2\cos\frac{a+b}{2}.\sin\frac{a-b}{2}$
$\tan a+\tan b=\frac{\sin(a+b)}{\cos a.\cos b}$	$\tan a-\tan b=\frac{\sin(a-b)}{\cos a.\cos b}$
$\cot a+\cot b=\frac{\sin(a+b)}{\sin a.\sin b}$	$\cot a-\cot b=-\frac{\sin(a-b)}{\sin a.\sin b}$

2. Công thức biến đổi tích thành tổng

$\cos a.\cos b=\frac{1}{2}[\cos(a-b)+\cos(a+b)]$

$\sin a.\sin b=\frac{1}{2}[\cos(a-b)-\cos(a+b)]$

$\sin a.\cos b=\frac{1}{2}[\sin(a-b)+\sin(a+b)]$

BT9. Giải các phương trình sau

1/. $\cos x.\cos5x=\cos2x.\cos4x$ 2/. $\cos5x\sin4x=\cos3x\sin2x$

3/. $\sin 2x + \sin 4x = \sin 6x$ 4/. $\sin x + \sin 2x = \cos x + \cos 2x$

5/ $\sin 8x + \cos 4x = 1 + 2\sin 2x \cos 6x$ 6/ $\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x = 0$

7/ $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0$ 8/ $\sin 5x + \sin x + 2\sin^2 x = 1$

9/ $\tan x + \tan 2x = \tan 3x$ 10/ $3\cos x + \cos 2x - \cos 3x + 1 = 2\sin x \sin 2x$

Loại 10. Phương trình lượng giác chứa ẩn ở mẫu số

Cách giải.

b1. Đặt điều kiện để phương trình có nghĩa (mẫu số khác 0)

b2. Rút gọn phương trình, giải phương trình cuối cùng (sau khi thu gọn)

b3. Đối chiếu với điều kiện ban đầu để chọn nghiệm

Chú ý: Việc chọn nghiệm (nhận nghiệm nào, loại nghiệm nào), tùy theo bài tốn ta dùng phương pháp đại số hoặc phương pháp hình học

Giả sử rằng:

+ Điều kiện xác định là: $x \neq x_0 + \frac{2m\pi}{p} \left(m \in \mathbb{Z}, p \in \mathbb{N}^*\right)$

+ Phương trình có nghiệm là

$x = \alpha + \frac{2k\pi}{n} \left(k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}^*\right)$

phương pháp đại số

+ Nghiệm x_k bị loại $\Leftrightarrow \exists m \in \mathbb{Z} : \alpha + \frac{2k\pi}{n} = x_0 + \frac{2m\pi}{p}$

+ Nghiệm x_k được nhận $\Leftrightarrow$

$\forall m \in \mathbb{Z} : \alpha + \frac{2k\pi}{n} \neq x_0 + \frac{2m\pi}{p}$

phương pháp hình học

+ Điều kiện xác định là: $x \neq x_0 + \frac{2m\pi}{p} \left(m \in \mathbb{Z}, p \in \mathbb{N}^*\right)$ có nghĩa là trên đường tròn lượng giác có p điểm $A_1, A_2, ..., A_p$ không thể là ngọn cung nghiệm của phương trình đã cho.

+ Ký hiệu $L = \left\{A_1, A_2, ..., A_p\right\}$ (tập hợp các điểm bị loại).

+ Các nghiệm $x_k = \alpha + \frac{2k\pi}{n} \left(k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}^*\right)$ được biểu diễn bởi n ngọn cung nghiệm trên đường tròn lượng giác.

+ Ngọn cung nào thuộc L thì bị loại, ngược lại thì được nhận.

BT 10. Giải các phương trình sau

1/. $1 + \cot g 2x = \frac{1 - \cos 2x}{\sin^2 2x}$ 2/. $\frac{\cos x - 2\sin x \cos x}{2\cos^2 x + \sin x - 1} = \sqrt{3}$

3/. $5\left(\sin x + \frac{\cos 3x + \sin 3x}{1 + 2\sin 2x}\right) = \cos 2x + 3$ 4/. $\frac{\sin x \cot g 5x}{\cos 9x} = 1$

5/. $2tgx + \cot gx = \sqrt{3} + \frac{2}{\sin 2x}$ 6/. $2tgx + \cot gx = 2\sin 2x + \frac{1}{\sin 2x}$

7/. $\frac{1}{tgx + \cot g 2x} = \frac{\sqrt{2}\left(\cos x - \sin x\right)}{\cot gx - 1}$ 8/. $\frac{\sin^2 x - 2}{\sin^2 x - 4\cos^2 \frac{x}{2}} = tg^2 \frac{x}{2}$

9/. $\frac{\sin^4 2x + \cos^4 2x}{tg\left(\frac{\pi}{4} - x\right) tg\left(\frac{\pi}{4} + x\right)} = \cos^4 4x$ 10/. $\frac{cogt^2 x - tg^2 x}{\cos 2x} = 16(1 + \cos 4x)$

11/. $\cot gx - 1 = \frac{\cos 2x}{1 + tgx} + \sin^2 x - \frac{1}{2}\sin 2x$ 12/. $\cot gx - tgx + 4\sin 2x = \frac{2}{\sin 2x}$

13/. $\sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) tg^2 x - \cos^2 \frac{x}{2} = 0$ 14/. $5\sin x - 2 = 3\left(1 - \sin x\right) tg^2 x$

15/. $\frac{2\left(\cos^6 x + \sin^6 x\right) - \sin x \cos x}{\sqrt{2} - 2\sin x} = 0$ 16/. $\cot gx + \sin x\left(1 + tgx.tg\frac{x}{2}\right) = 4$

17/. $tgx + \frac{3}{\cot x} - 2 = 0$ 18/. $\frac{4}{\cos^2 x} + tgx = 7$

19/. $\frac{4\sin^2 2x + 6\sin^4 x - 9 - 3\cos 2x}{\cos x} = 0$ 20/. $\sqrt{3}\sin x + \cos x = \frac{1}{\cos x}$

21/. $4\sin x + 3\cos x + \frac{6}{4\sin x + 3\cos x + 1} = 6$ 22/. $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 3 + \frac{1}{\sqrt{3}\sin x + \cos x + 1}$

23/. $\frac{1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x}{2\cos^2 x + \cos x - 1} = \frac{2}{3}(3 - \sqrt{3}\sin x)$ 24/. $\frac{\cos x - 2\sin x.\cos x}{2\cos^2 x + \sin x - 1} = \sqrt{3}$

25/. $1 + tgx = 2\sin x + \frac{1}{\cos x}$ 26/. $\sin x + \cos x = \frac{1}{\tan x} - \frac{1}{\cot x}$

27/. $\cos x + \frac{1}{\cos x} = \sin x + \frac{1}{\sin x} = \frac{10}{3}$ 28/ $\frac{\sin 5x}{5\sin x} = 1$

29/. $\frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\sin 2x} = \frac{1}{2}(\tan x + \cot x)$ 30/. $\frac{\sin 3x}{3} = \frac{\sin 5x}{5}$

31/. $2\cos 2x - 8\cos x + 7 = \frac{1}{\cos x}$ 32/. $2\sin 3x - \frac{1}{\sin x} = 2\cos 3x + \frac{1}{\cos x}$

33/. $\tan x - \sin 2x - \cos 2x + 2\left(2\cos x - \frac{1}{\cos x}\right) = 0$ 34/. 1 +

cot2x = $\frac{1-\cos 2x}{\sin^2 2x}$

35/. 2tanx + cot2x = 2sin2x + $\frac{1}{\sin 2x}$ 36/ .

$2\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sin x}+\frac{1}{\cos x}$

37/. $2\tan x+\cot x = \sqrt{3}+\frac{2}{\sin 2x}$ 38/

$\frac{3(\cos 2x+\cot 2x)}{\cot 2x-\cos 2x} = 4\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$

Loại 11. phương trình lượng giác chứa căn thức hoặc chứa giá trị tuyệt đối

Cách giải

b1). Đặt điều kiện xác định (nếu có)

b2). Khử dấu giá trị tuyệt đối hoặc khử căn thức (thông thường dùng quy tắc bình phương hai vế. Cần nhớ:

$a = b \ge 0 \Leftrightarrow a^2 = b^2$) rồi giải phương trình

b3). Kết luận

Chú ý: Đối với phương trình chứa giá trị tuyệt đối, ta có thể khử dấu giá trị tuyệt đối bằng phương pháp khoảng (cần nhớ dấu của giá trị lượng giác và chiều biến thiên của các hàm số lượng giác)

BT 11. Giải các phương trình sau

1/. $|\sin x-\cos x|+|\sin x-\cos x| = 2$ 2/.

$2\cos x-|\sin x| = 1$

3/. $\sqrt{\cos 2x}+\sqrt{1+\sin 2x} = 2\sqrt{\sin x+\cos x}$ 4/.

$1+\sin 2x = |\cos x-\sin x|$

5/. $\frac{tg^2 x}{|tgx-1|} = \left|\frac{tgx}{tgx-1}\right|+|tgx|$, $-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$ 6/.

$\frac{\cos\frac{4x}{3}-\cos^2 x}{\sqrt{1-tg^2 x}} = 0$

7/. $\frac{\sin 3x-\sin x}{\sqrt{1-\cos 2x}} = \cos x-\sin 2x$, $0<x<2\pi$ 8/.

$\sqrt{\sin^2 x-2\sin x+2} = 2\sin x-1$

9/. $\frac{\sin^2 2x+4\cos^4 2x-1}{\sqrt{2\sin x\cos x}} = 0$ 10/.

$\sqrt{\sin x+1}+\cos x = 0$

11/. $2\cos x-|\sin x| = 1$ 12/ .

$|\sin x-\cos x|+4\sin 2x = 1$

13/ . $|\sin x+\cos x|+\sin x\cos x = 1$ 14/.

$\frac{\sin^2 2x+\cos^4 2x-1}{\sqrt{\sin x\cos x}} = 0$

15/. $\frac{\sin 3x-\sin x}{\sqrt{1-\cos 2x}} = \sin 2x+\cos 2x$ $(0<x<2\pi)$ 16/.

$\sqrt{\sin x}+\sin x = 1-\sin^2 x-\cos x$

Loại 12. Phương trình LG phải đặt ẩn phụ góc hoặc 1 hàm số lượng giác

BT12. Giải các phương trình sau

1/. $\sin(\frac{3\pi}{10}-\frac{x}{2}) = \frac{1}{2}\sin(\frac{\pi}{10}+\frac{3x}{2})$ 2/.

$\sin(3x-\frac{\pi}{4}) = \sin 2x\sin(x+\frac{\pi}{4})$

3/. $\frac{\cos\frac{4x}{3}-\cos^2 x}{\sqrt{1-tg^2 x}} = 0$ 4/. cosx –

$2\sin(\frac{3\pi}{2}-\frac{x}{2}) = 3$

5/. $\cos(2x-\frac{7\pi}{2}) = \sin(4x+3\pi)$ 6/. $3\cot^2 x + 2\sqrt{2}\sin^2 x = (2+3\sqrt{2})\cos x$

7/. $2\cot^2 x+\frac{2}{\cos^2 x}+5\tan x+5\cot x+4 = 0$ 8/. $\cos^2 x+\frac{1}{\cos^2 x} = \cos x+\frac{1}{\cos x}$

9/. $\sin x-\cos 2x+\frac{1}{\sin x}+\frac{2}{\sin^2 x} = 5$ 10/.

$\frac{1+\sin 2x}{1-\sin 2x}+2\frac{1+\tan x}{1-\tan x} = 3$

Loại 13. Phương trình LG phải thực hiện các phép biến đổi phức tạp

BT13. Giải các phương trình sau

1/. $\sqrt{3+4\sqrt{6}-(16\sqrt{3}-8\sqrt{2})\cos x} = 4\cos x-\sqrt{3}$

2/. $\cos\left[\frac{\pi}{4}\left(3x-\sqrt{9x^2-16x-80}\right)\right] = 1$ tìm n_0 $x\in Z$

3/. $\sqrt{5\cos x-\cos 2x}+2\sin x = 0$

4/. $3\cot x-\tan x(3-8\cos^2 x) = 0$

5/. $\frac{2(\sin x+\tan x)}{\tan x-\sin x}-2\cos x = 2$

6/. $\sin^3 x+\cos^3 x+\sin^3 x\cot x+\cos^3 x\tan x = \sqrt{2\sin 2x}$

7/. $\tan^2 x.\tan^2 3x.\tan^2 4x = \tan^2 x-\tan^2 3x+\tan 4x$

8/. $\tan 2x = -\sin 3x\cos 2x$

9/. $\sin 3x = \cos x\cos 2x(\tan 2x+\tan^2 x)$

10/ . $\sqrt{\sin x}+\sin x = 1-\sin^2 x-\cos x$

11/ . $\cos^2\left[\frac{\pi}{4}\left(\sin x+\sqrt{2}\cos^2 x\right)\right]-1 = \tan^2\left(x+\frac{\pi}{4}\tan^2 x\right)$

12/.

$\sqrt{2}\cos\left(\frac{x}{5}-\frac{\pi}{12}\right)-\sqrt{6}\sin\left(\frac{x}{5}-\frac{\pi}{12}\right) = 2\sin\left(\frac{x}{5}-\frac{2\pi}{3}\right)-2\sin\left(\frac{3x}{5}+\frac{\pi}{6}\right)$

Loại 14. Phương trình LG không mẫu mực, đánh giá 2 vế ,tổng 2 lượng không âm,vẽ 2 đồ thị bằng đạo hàm

BT13. Giải các phương trình sau

1/. $\cos 3x+\sqrt{2-\cos^2 3x} = 2(1+\sin^2 2x)$

2/. $2\cos x+\sqrt{2}\sin 10x = 3\sqrt{2}+2\sin x\cos 28x$

3/. $\cos^2 4x+\cos^2 6x = \sin^2 12x+\sin^2 16x+2$ với $x\in(0;\pi)$

4/. $8\cos 4x\cos^2 2x+\sqrt{1-\cos 3x}+1 = 0$

5/. $\pi^{|\sin\sqrt{x}|} = |\cos x|$

6/. $5-4\sin^2 x-8\cos^2 x/2 = 3k$ tìm $k\in Z^*$ để hệ có nghiệm

7/. $1-\frac{x^2}{2}=\cos x$

8/. $(\cos 2x-\cos 4x)^2=6+2\sin 3x$

9/. $\left(\sqrt{1-\cos x}+\sqrt{1+\cos x}\right)\cos 2x=\frac{1}{2}\sin 4x$

Ebook.here.vn
Tải miễn phí Đề thi - Tài liệu Học tập